

文章编号:1671-1637(2026)05-0125-14

考虑横隔板刚度影响的波形钢腹板组合箱梁畸变效应研究

李夏元^{*1}, 周满², 童金虎³, 陈建兵⁴, 康爱红¹, 万水³

(1. 扬州大学 土木与交通学院, 江苏 扬州 225127; 2. 武汉大学 土木建筑工程学院, 湖北 武汉 430072;

3. 东南大学 交通学院, 江苏 南京 211189; 4. 苏州科技大学 江苏省结构工程重点实验室, 江苏 苏州 215011)

摘要:为研究横隔板刚度和横隔板数量对波形钢腹板组合箱梁畸变效应的影响,提出了一种可同时考虑横隔板刚度和剪切变形影响的畸变梁单元(B2D-CSW);基于广义坐标法,建立了波形钢腹板组合箱形截面畸变翘曲位移表达式,修正了畸变剪力对畸变剪切变形的影响,理论推导了畸变剪力与畸变双力矩的物理关系;利用横隔板与箱形截面之间的位移协调条件,建立了不同类型横隔板的变形表达式及其与畸变角的几何关系,揭示了其抵抗畸变变形的工作机理;基于能量变分法,推导了考虑畸变剪切变形影响的波形钢腹板组合箱梁控制微分方程,选用齐次解构造了广义位移的插值函数;结合有限单元法,开发了考虑畸变剪切变形影响的两节点四自由度畸变梁单元,并推导了考虑横隔板刚度影响的单元的刚度矩阵和等效结点荷载向量;通过算例分析,验证了B2D-CSW梁单元的计算精度与广泛适用性。研究表明:与实体有限元模型相比,B2D-CSW梁单元模型仅需少量单元即可准确预测不同横隔板刚度和数量条件下波形钢腹板组合箱梁的畸变响应,显著提升了建模与计算效率;分析表明,横隔板的抗畸变刚度对波形钢腹板组合箱梁的畸变变形具有显著的弹性约束作用,随着横隔板刚度或数量达到临界阈值,其对主梁畸变变形的抑制作用趋于稳定。提出的B2D-CSW梁单元为波形钢腹板PC组合连续箱梁桥横隔板的设计与分析提供了可靠的计算方法。

关键词:桥梁工程;波形钢腹板;广义坐标法;畸变效应;横隔板;B2D-CSW梁单元

中图分类号:U448.21 **文献标志码:**A **DOI:**10.19818/j.cnki.1671-1637.2026.041

Influence of diaphragm stiffness on distortional behavior of composite box girder with corrugated steel webs

LI Xia-yuan^{*1}, ZHOU Man², TONG Jin-hu³, CHEN Jian-bing⁴,
KANG Ai-hong¹, WAN Shui³

(1. School of Civil Engineering and Transportation, Yangzhou University, Yangzhou 225127, Jiangsu, China;

2. School of Civil Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, Hubei, China; 3. School of Transportation,

Southeast University, Nanjing 211189, Jiangsu, China; 4. Key Laboratory of Structural Engineering of

Jiangsu Province, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou 215011, Jiangsu, China)

Abstract: To investigate the influence of diaphragm stiffness and number on the distortional

出版历程:2025-05-20 收稿,2025-08-04 修回,2025-09-26 录用

基金项目:国家自然科学基金项目(52308214);中国博士后科学基金项目(2023M742957);江苏省结构工程重点实验室开放课题(ZD2203);江苏省高等学校基础科学(自然科学)研究项目(23KJD560007)

*** 作者简介:**李夏元(1989-),男,江苏扬州人,讲师,工学博士,博士后,E-mail:lixiaoyuan123@163.com。

引用格式:李夏元,周满,童金虎,等.考虑横隔板刚度影响的波形钢腹板组合箱梁畸变效应研究[J].交通运输工程学报,2026,26(5):125-138.

Citation: LI Xia-yuan, ZHOU Man, TONG Jin-hu, et al. Influence of diaphragm stiffness on distortional behavior of composite box girder with corrugated steel webs[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2026, 26(5): 125-138.

behavior of composite box girders with corrugated steel webs (CSWs), a distortional beam element (B2D-CSW) that incorporates both diaphragm stiffness and shear deformation effects was developed. Based on the generalized coordinate method, expressions for distortional warping displacement in composite box sections with CSWs were formulated, incorporating the influence of distortional shear force on shear deformation. The physical relationship between distortional shear force and distortional bimoment was derived theoretically. By enforcing displacement compatibility between diaphragms and the composite box section, deformation expressions for different diaphragm types and their geometric relationships with the distortion angle were established, thus revealing their mechanism for resisting distortional deformation. Using the energy variational method, governing differential equations for composite box girders with CSWs that account for distortional shear deformation were derived, and interpolation functions for generalized displacements were constructed based on homogeneous solutions. Based on the finite element method, a two-node, four-degree-of-freedom distortional beam element considering distortional shear deformation was developed, and the stiffness matrix and equivalent nodal load vector considering diaphragm stiffness were derived. Through numerical examples, the computational accuracy and wide applicability of the proposed B2D-CSW beam element were verified. The results indicate that, compared with solid finite element models, the B2D-CSW beam element can accurately predict the distortional response of composite box girders with CSWs under varying diaphragm stiffness and number of diaphragms, using only a small number of elements and thus significantly improving modeling and computational efficiency. The analysis shows that the anti-distortional stiffness of diaphragms provides significant elastic restraint on the distortional deformation of composite box girders with CSWs. As the diaphragm stiffness or number reaches a critical threshold, the restraining effect on the distortional deformation of the main girder tends to stabilize. The proposed B2D-CSW beam element provides a reliable computational method for the design and analysis of diaphragms in continuous prestressed concrete (PC) composite box girder bridges with CSWs.

Keywords: bridge engineering; corrugated steel web; generalized coordinate method; distortional effect; diaphragm; B2D-CSW beam element

Publication history: Received 2025-05-20; Received in revised form 2025-08-04; Accepted 2025-09-26

Funding: National Natural Science Foundation of China (52308214); China Postdoctoral Science Foundation (2023M742957); Open Project of Key Laboratory of Structural Engineering of Jiangsu Province (ZD2203); Jiangsu Provincial College Natural Science Research General Program (23KJD560007)

* **Corresponding author:** LI Xia-yuan, lecturer, PhD, E-mail: lixiayuan123@163.com.

0 引 言

为解决传统预应力混凝土 (Prestressed Concrete, PC) 箱梁桥主跨持续下挠和腹板易开裂等问题, 国内外学者逐步提出采用波形钢腹板 (Corrugated Steel Web, CSW) 代替混凝土腹板, 构建新型桥梁结构体系^[1-5]。然而, 与混凝土腹板相比, 波形钢腹板因其壁厚较薄且存在褶皱效应, 在偏心荷载作用下对截面畸变变形的抑制能力减弱, 结

构更易产生显著的畸变效应, 由此引起的畸变翘曲应力往往达到较高水平, 其量级通常与弯曲应力相当^[6-8]。若忽略畸变效应的影响, 可能导致对结构应力状态的低估, 从而影响桥梁的安全性与耐久性。因此, 研究波形钢腹板组合箱梁的畸变效应具有重要的理论意义与工程价值。

李宏江等^[6]基于剪切刚度等效原则, 将波形钢腹板组合箱形截面等效为全钢截面, 采用能量原理^[9], 建立了畸变荷载作用下波形钢腹板组合箱梁

的总势能表达式,并根据势能驻值条件,推导了畸变效应的控制微分方程。马磊等^[10]基于抗弯刚度等效原则,将波形钢腹板等效为混凝土腹板,并依据板元内力平衡关系^[11],推导了波形钢腹板组合箱梁的畸变效应控制微分方程。杨丙文等^[12-14]在忽略波形钢腹板纵向抗弯刚度的基础上,建立了板元面内与面外力系的平衡方程,推导出以畸变角为未知量的畸变微分方程。目前,波形钢腹板组合箱梁畸变效应的理论研究基本形成了以能量变分法和板元内力平衡法为代表的两类分析方法,而这两类方法在力学本质上是一致的。由于畸变微分方程在数学形式上类似于弹性地基梁的挠曲微分方程,已有研究均采用弹性地基梁的求解方法^[6-14],对波形钢腹板组合箱梁的畸变效应进行理论解析。应当指出的是,上述分析方法在理论层面具有概念清晰、推导简便的优势,但在应用于变截面波形钢腹板PC组合连续箱梁桥畸变效应分析时,其工程适用性仍面临一定挑战。

为了将畸变翘曲应力控制在合理范围内,通常需要在箱梁内设置间距适当的横隔板^[15-21]。美国州公路与运输官员协会(AASHTO)规定,合理的横隔板间距应满足截面畸变翘曲正应力与弯曲正应力的比值不超过10%。日本阪神高速道路公团则采用5%的比值作为确定横隔板间距的设计依据。中国《波形钢腹板组合梁桥技术标准》(CJJ/T 272—2017)采用5%的比值确定横隔板的合理布置间距。Park等^[22-26]基于有限元法,开发了一种考虑约束扭转效应和畸变效应的九自由度梁单元模型,该模型通过增设畸变角为零的边界条件模拟刚性横隔板,并据此提出了钢箱梁桥合理横隔板间距的建议公式。Lee等^[27-28]采用ABAQUS有限元软件,开展了钢箱梁桥畸变效应的参数化建模分析,通过对480组有限元数值模型进行系统研究,提出了钢箱梁桥合理横隔板间距的建议公式。由于波形钢腹板组合箱梁与钢箱梁的结构特性差异较大,相关建议公式并不能直接适用。Li等^[13]基于共轭梁理论的Newmark法对波形钢腹板组合箱梁畸变微分方程进行求解,分析了横隔板数量和梁截面参数对畸变翘曲应力系数的影响规律,并拟合了刚性横隔板合理间距的建议公式。然而,将横隔板等效为刚性构件的假设忽略了其真实刚度的力学贡献,且基于弹性地基梁理论建立的解析模型在引入横隔板刚度效应时,面临显著的数学复杂性与求解难度。因此,如何准确、快速地计算横隔板刚度对波形钢腹板组合

箱梁畸变效应的影响,已成为亟待解决的关键问题,而寻求简化有效的计算方法,是实现这一目标的重要途径。

本文拟将波形钢腹板等效为正交异性直钢板,基于广义坐标法,构建考虑畸变剪切变形影响的波形钢腹板组合箱形截面位移场函数,并依据横隔板与截面之间的变形协调条件,建立不同类型横隔板的变形表达式及其与畸变角之间的几何关系,揭示其抵抗畸变变形的力学工作机制。在此基础上,基于能量变分原理和有限单元法,开发可同时考虑横隔板刚度和剪切变形影响的波形钢腹板组合箱梁畸变单元,并通过算例分析验证所提梁单元理论推导的正确性。进一步利用所开发的畸变单元建立数值分析模型,探讨横隔板刚度和横隔板数量对波形钢腹板组合箱梁畸变效应的影响规律,同时评估新型箱梁单元的计算精度与适用性,展现其在工程实践中的应用潜力。

1 波形钢腹板组合箱梁畸变力学性能

1.1 基本假设

本文旨在建立波形钢腹板组合箱梁畸变效应的理论分析模型,相关理论推导基于如下假设:

- (1)混凝土翼缘板的法向应变分量和面内剪切应变分量沿壁厚方向均匀分布;
- (2)材料处于弹性范围内,应力-应变关系符合Hooke定律;
- (3)畸变荷载作用下,波形钢腹板组合箱梁与横隔板在角隅处的畸变位移场保持连续。

1.2 坐标系设定

图1所示为带悬臂翼缘板的波形钢腹板组合箱梁,其主要由混凝土上、下翼缘板和波形钢腹板组成。根据基本假设(1),可将波形钢腹板组合箱形截面[图1(b)]简化为薄壁箱形截面[图1(c)]。图1中: $b_1 \sim b_4$ 分别为下翼缘板半宽、上翼缘板半宽、悬臂上翼缘板宽、悬臂下翼缘板宽; h 为箱梁的截面高度; h_c 为上、下翼缘板中面的间距。以截面形心 C 点为参考,分别建立截面直角坐标系 Cx_yCz_c 和曲线坐标系 Cx_nCs_c ;以截面畸变中心 D 点为参考,分别建立截面直角坐标系 Dx_yDz_D 和曲线坐标系 Dx_nDs_D 。

1.3 波形钢腹板力学性能

由于波形钢腹板在轴向上具有周期性的变化特征,选取其一个单位波长作为研究对象^[29],并基于对称性,绘制了轴向对称荷载 F 作用下,半波长波

形钢腹板及其等效直钢板的内力分布,如图 2 所示。图 2 中: a_w 为直钢板长度; b_w 为斜钢板长度; c_w 为斜钢板在 x 轴投影长度; d_w 为波形钢腹板波高; t_w 为波形钢腹板厚度; α 为斜钢板与直钢板的夹角。

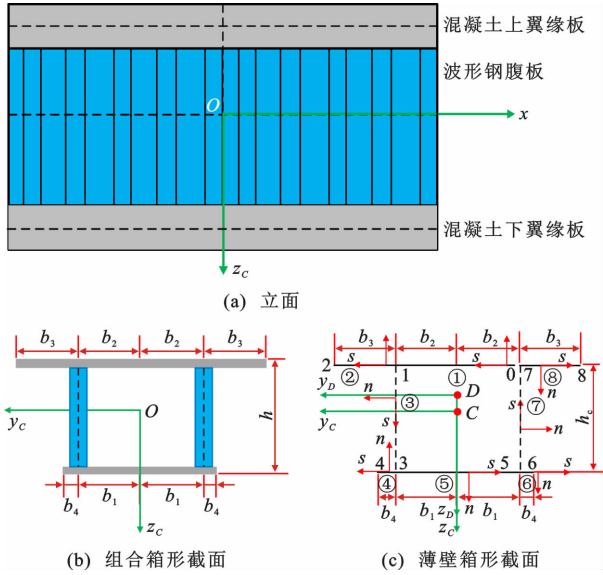


图 1 波形钢腹板组合箱梁

Fig. 1 Composite box girder with CSWs

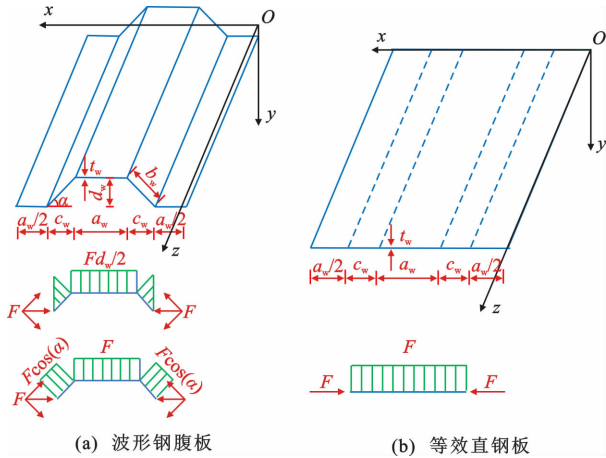


图 2 波形钢腹板轴向等效弹性模量

Fig. 2 Axial equivalent elastic modulus for CSWs

基于余能原理^[30],建立波形钢腹板等效直钢板的轴向弹性模量 E_{se} 表达式

$$E_{se} = \frac{E_s(a_w + c_w)}{(b_w + 3a_w)d_w^2 t_w^{-2} + (c_w^2 b_w^{-1} + a_w)} \quad (1)$$

式中: E_s 为钢材的弹性模量。

绘制反对称荷载 F_s 作用下,波形钢腹板和等效直钢板的剪应力分布,如图 3 所示。

基于剪切变形几何协调关系^[31],建立波形钢腹板等效直钢板的竖向剪切模量 G_{sc} 表达式

$$G_{sc} = \frac{G_s(a_w + c_w)}{a_w + b_w} \quad (2)$$

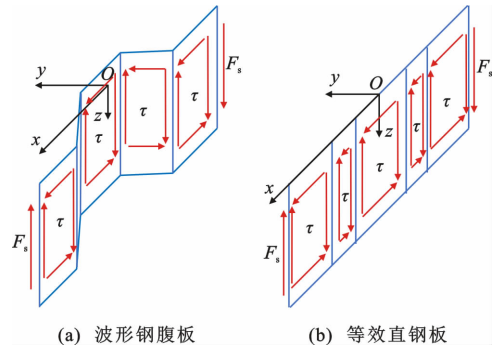


图 3 波形钢腹板等效剪切模量

Fig. 3 Equivalent shear modulus for CSWs

式中: G_s 为钢材的剪切模量。

将波形钢腹板等效为直钢板时,其单位波长的面外抗弯惯性矩 I_x 可用单位长度波形钢腹板的抗弯惯性矩 I'_x 表示,即

$$I'_x = \frac{a_w t_w^3 + (1 - \nu_s^2) t_w (b_w d_w^2 + 3a_d d_w^2)}{12(a_w + c_w)(1 - \nu_s^2)} \quad (3)$$

式中: ν_s 为钢材的泊松比。

1.4 荷载分解

设有集中荷载 P 作用于波形钢腹板组合箱形截面的边腹板,如图 4(a) 所示,可通过荷载分解法将其分解为正对称荷载[图 4(b)]和反对称荷载[图 4(c)]。其中,反对称荷载可等效为扭矩 T [图 4(d)],该扭矩可进一步分解为刚性扭转荷载[图 4(e)]和畸变荷载[图 4(f)]。图 4 中, B 为腹板的间距。本文主要研究畸变荷载作用下波形钢腹板组合箱梁的力学响应。

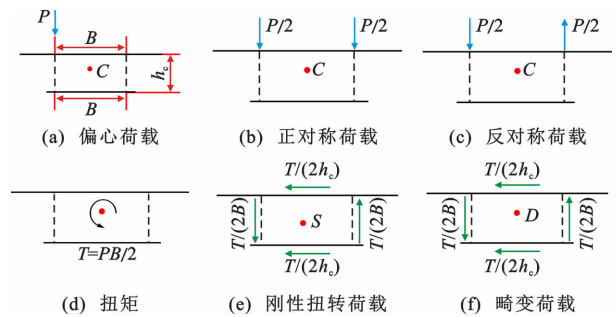


图 4 波形钢腹板组合箱形截面荷载分解示意

Fig. 4 Schematic of load decomposition for composite box section with CSWs

1.5 畸变位移与畸变剪力

在畸变荷载作用下,图 1 所示的波形钢腹板组合箱形截面上、下翼缘板与波形钢腹板面内分别产生方向相反的剪力流,因而截面的净扭矩为 0。然而,翼缘板与钢腹板在各自平面内仍会发生如图 5 所示的畸变变形, χ_x 为总畸变角。

截面任意点畸变切向位移 $v_{s,i}$ 可表示为^[32]

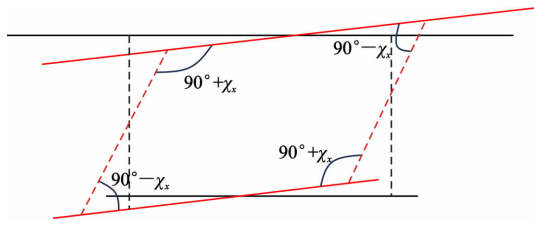


图 5 截面畸变变形

Fig. 5 Distortional deformation of the cross-section

$$v_{s,i} = \frac{1}{2} \chi_x^p h_i \quad (4)$$

式中: χ_x^p 为畸变荷载作用下的主畸变角; h_i 为畸变中心 D 至编号 i 板中面的垂直距离, 规定在上、下翼缘板 h_i 取负值, 在波形钢腹板 h_i 取正值, $i = 1, 2, \dots, 8$ 对应于图 1(c) 所示截面各结点编号或板编号。

利用微元体剪切变形几何关系, 建立波形钢腹板组合箱形截面任意点的纵向翘曲位移 $u_{x,i}$ 表达式

$$u_{x,i} = u_0(x) - \chi_x^p \omega_{D,i}(s) \quad (5)$$

$$\omega_{D,i}(s) = \omega_{D,i-1}(s) + \int_0^s \frac{h_i}{2} ds \quad (6)$$

式中: $u_0(x)$ 为畸变翘曲位移的积分常量; χ_x^p 为主畸变角的一阶导数或主畸变角率; $\omega_{D,i}(s)$ 为畸变翘曲位移的广义扇性坐标。

根据基本假设(2), 分别建立波形钢腹板组合箱形截面任意点的纵向翘曲应力和剪应力表达式

$$\sigma_{x,i} = E_i \epsilon_{x,i} = -E_i (\chi_x^p)^n \omega_{D,i}(s) \quad (7)$$

$$\tau_{x,i} = G_i \gamma_{x,i} = 0 \quad (8)$$

式中: 当编号 i 代表混凝土翼缘板时, $E_i = E_c$ 、 $G_i = G_c$, 当编号 i 代表波形钢腹板时, $E_i = E_{sc}$ 、 $G_i = G_{sc}$; E_c 为混凝土弹性模量; G_c 为混凝土剪切模量; $(\chi_x^p)''$ 为主畸变角的二阶导数。

需要注意的是, 当畸变翘曲位移的广义扇性坐标极点建立在畸变中心 D 点, 畸变翘曲位移积分常量 $u_0(x)$ 的一阶导数为 0, 式(7)中不再单独列出。

定义畸变双力矩 B_{Dw} , 即

$$\begin{cases} B_{Dw} = \sum_{i=1}^8 \int_{i-1}^i \sigma_{x,i} \omega_{D,i}(s) t_i ds = -E_c I_{Dw} (\chi_x^p)'' \\ E_c I_{Dw} = \sum_{i=1}^8 \int_{i-1}^i E_i \omega_{D,i}^2(s) t_i ds \end{cases} \quad (9)$$

式中: t_i 为对应编号 i 板的厚度; $E_c I_{Dw}$ 为截面畸变翘曲刚度。

由微元体的应力平衡条件可知, 畸变翘曲应力 $\sigma_{x,i}$ 沿梁轴向的梯度 $\partial \sigma_{x,i} / \partial x$ 不为 0, 需通过畸变剪力流 $q_{D,i}$ 加以平衡, 其关系可表示为

$$q_{D,i} = q_c + E_i (\chi_x^p)''' \int_0^s \omega_{D,i}(s) t_i ds \quad (10)$$

式中: q_c 为广义扇性坐标零点位置的初始剪力流。

然而, 与开口截面不同, 波形钢腹板组合箱形截面属于闭合截面, 因此, $q_c \neq 0$ 。需在图 1(c) 所示的 O 点位置虚设切口, 并引入几何变形协调条件

$$\oint \frac{q_{D,i}}{G_i t_i} ds = 0 \quad (11)$$

将式(10)代入式(11), 得到初始剪力流 q_c 表达式

$$q_c = - \frac{\oint \left\{ \left[E_i (\chi_x^p)''' \int_0^s \omega_{D,i}(s) t_i ds \right] / (G_i t_i) \right\}}{\oint [1 / (G_i t_i)] ds} \quad (12)$$

畸变翘曲应力产生的畸变剪力流沿波形钢腹板组合箱形截面分布时不会相互抵消, 将产生畸变剪力 M_{Dw} , 可写成

$$M_{Dw} = \sum_{i=1}^8 \int_{i-1}^i \frac{q_{D,i} h_i}{2} ds = -E_c I_{Dw} (\chi_x^p)''' \quad (13)$$

联立式(9)、(13), 建立畸变剪力与畸变双力矩的物理关系

$$M_{Dw} = B'_{Dw} \quad (14)$$

与畸变荷载类似, 畸变剪力会导致波形钢腹板组合箱形截面产生附加的畸变角 χ_x^s 。因此, 式(4)可进一步写成考虑附加畸变角的位移形式

$$\begin{cases} v_{s,i} = \frac{1}{2} \chi_x^p h_i \\ \chi_x = \chi_x^p + \chi_x^s \end{cases} \quad (15)$$

1.6 横隔板变形分析

当波形钢腹板组合箱形截面发生如图 5 所示的横向畸变变形时, 根据基本假设(3), 横隔板将随截面产生相应的横向变形。通过分析横隔板与箱梁截面之间的位移协调关系, 可建立横隔板的变形表达式, 从而揭示其在抵抗畸变变形中的工作机理。常见的横隔板类型主要有板式横隔板(图 6)、框架横隔板(图 7)和桁架横隔板(图 8)。

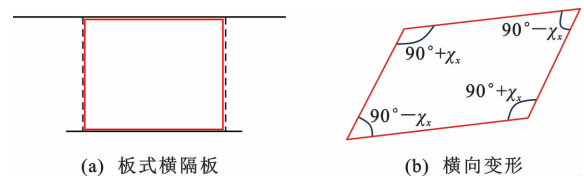


图 6 板式横隔板的变形模式

Fig. 6 Deformation mode of plate-type diaphragm

板式横隔板主要通过面内剪切刚度限制截面畸变变形。根据平面剪切变形的几何方程, 建立图 6(b) 所示板式横隔板剪切应变 γ_h 与图 5 所示截面畸变角 χ_x 的几何关系, 得到

$$\gamma_h = \chi_x \quad (16)$$

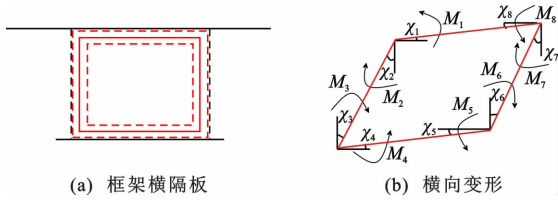


图7 框架横隔板的变形模式
Fig. 7 Deformation mode of frame-type diaphragm

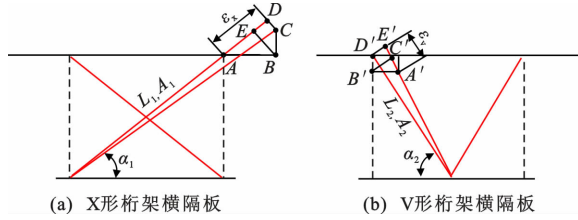


图8 桁架横隔板变形模式
Fig. 8 Deformation mode of truss-type diaphragm

框架横隔板发生图7(b)所示的横向畸变变形时,由于框架各结点刚性固结,各角隅点将产生角隅弯矩,并对截面的畸变变形产生抑制作用。因此,可基于框架角隅点的变形协调关系以及内力平衡条件,确定各角隅点的畸变角 $\chi_j (j=1,3,5,7)$

$$\begin{cases} \chi_j + \chi_{j+1} = \chi_x \\ M_j - M_{j+1} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

式中: M_j 表示畸变角 χ_j 对应的横向弯矩。

桁架横隔板主要通过杆件的轴向变形对截面的畸变变形提供抑制作用。因此,基于应变分析,分别建立图8(a)所示X形桁架横隔板和图8(b)所示V形桁架横隔板单根杆件的轴向应变 ϵ_x, ϵ_v 表达式

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{Bh_c}{L_1^2} \chi_x \\ L_1^2 = B^2 + h_c^2 \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \epsilon_v = \frac{Bh_c}{2L_2^2} \chi_x \\ 4L_2^2 = B^2 + 4h_c^2 \end{cases} \quad (19)$$

式中: L_1 为X形桁架横隔板单根杆件的长度; L_2 为V形桁架横隔板单根杆件的长度。

2 波形钢腹板组合箱梁畸变理论模型

2.1 箱梁总势能

将式(5)、(15)代入微元体剪切变形几何关系,建立波形钢腹板组合箱梁面内任意点的剪应变 $\gamma_{x,i} (i=1,2,\dots,8)$ 表达式

$$\gamma_{x,i} = \frac{1}{2} \chi_x^s h_i \quad (20)$$

式中: χ_x^s 为附加畸变角的一阶导数。

将式(7)、(20)代入应变能表达式 U_{ws}

$$\begin{cases} U_{ws} = \int_0^L \left[\sum_{i=1}^8 \int_{i-1}^i \left(\frac{\epsilon_{x,i}^2 E_i t_i}{2} + \frac{\gamma_{x,i}^2 G_i t_i}{2} \right) ds \right] dx = \\ \int_0^L \left[\frac{1}{2} E_c I_{Dw} (\chi_x^p)^2 + \frac{1}{2} G_c I_{Dp} (\chi_x^s)^2 \right] dx \quad (21) \\ G_c I_{Dp} = \sum_{i=1}^8 \int_{i-1}^i \frac{1}{4} G_i h_i^2 t_i ds \end{cases}$$

式中: $G_c I_{Dp}$ 为畸变剪切刚度。

由于波形钢腹板组合箱形截面同属于框架结构,可将式(17)代入截面框架应变能 U_k

$$\begin{cases} U_k = \int_0^L \left(\sum_{j=1}^8 \frac{1}{2} M_j \chi_j \right) dx = \int_0^L \frac{1}{2} E_c I_k \chi_x^2 dx \\ E_c I_k = \frac{\sum_{j=1}^8 M_j \chi_j}{\chi_x^2} \end{cases} \quad (22)$$

式中: $E_c I_k$ 为截面抗畸变刚度。

当箱梁承受畸变荷载时,荷载外力势能 V 可表示为

$$V = - \int_0^L \left(\frac{1}{2} m_t \chi_x \right) dx - \sum_m \frac{1}{2} T_m \chi_m \quad (23)$$

式中: m_t 为均布扭矩集度; χ_m 为集中扭矩 T_m 作用位置的畸变角。

不同类型横隔板的应变能 U_d 可统一写成

$$U_d = \frac{1}{2} E_c I_{dk} \chi_x^2 \quad (24)$$

$$E_c I_{dk} = \begin{cases} G_k A_k t_k & \text{板式横隔板} \\ \frac{\sum_{j=1}^8 M_j \chi_j}{\chi_x^2} & \text{框架式横隔板} \\ \sum_{n=1}^2 \frac{E_x \epsilon_x^2}{\chi_x^2} \text{ 或 } \sum_{n=1}^2 \frac{E_x \epsilon_v^2}{\chi_x^2} & \text{桁架式横隔板} \end{cases}$$

式中: $E_c I_{dk}$ 为横隔板抗畸变刚度; G_k, A_k 和 t_k 分别为板式横隔板材料的剪切模量、面积和板厚; E_x 为桁架横隔板材料的弹性模量。

整理式(21)~(24),得到波形钢腹板组合箱梁总势能 Π_p 的泛函表达式

$$\begin{aligned} \Pi_p = U_{ws} + U_k + V + U_d = \int_0^L & \left[\frac{1}{2} E_c I_{Dw} (\chi_x^p)^2 + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} G_c I_{Dp} (\chi_x^s)^2 + \frac{1}{2} E_c I_k \chi_x^2 - \frac{1}{2} m_t \chi_x \right] dx - \\ & \sum_m \frac{T_m \chi_m}{2} + \frac{1}{2} E_c I_{dk} \chi_x^2 \end{aligned} \quad (25)$$

2.2 畸变效应控制微分方程

应用势能驻值条件,令 $\delta \Pi_p = 0$,推导出考虑畸变剪切变形影响的波形钢腹板组合箱梁控制微分方程

$$-G_c I_{Dp} \chi_x'' + E_c I_k \chi_x = \frac{1}{2} m_t \quad (26)$$

$$-E_c I_{Dw} \chi_x''' + G_c I_{Dp} \chi_x' = 0 \quad (27)$$

将式(13)代入式(27),得到畸变剪力的另一种表达形式

$$M_{Dw} = G_c I_{Dp} \chi_x' \quad (28)$$

当 $m_t = 0$ 时,对式(26)、(27)解耦,得到便于应用求解主畸变角率 $\chi_x^{p'}$ 和总畸变角 χ_x 的微分方程

$$\chi_x^{p''''} - \frac{\chi_x^{p''} E_c I_k}{G_c I_{Dp}} + \frac{\chi_x^{p'} E_c I_k}{E_c I_{Dw}} = 0 \quad (29)$$

$$\chi_x = \frac{E_c I_k}{E_c I_{Dw}} \chi_x^{p'''} \quad (30)$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{I_k}{I_{Dw}} + \frac{1}{4} \frac{E_c I_k}{G_c I_{Dp}}}}$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{I_k}{I_{Dw}} - \frac{1}{4} \frac{E_c I_k}{G_c I_{Dp}}}}$$

则式(29)中主畸变角率 $\chi_x^{p'}$ 的齐次解可写成

$$\chi_x^{p'} = \sum_{i=1}^4 C_i \zeta_i \quad (31)$$

$$\zeta_1 = \sinh(\lambda_1 x) \sin(\lambda_2 x)$$

$$\zeta_2 = \sinh(\lambda_1 x) \cos(\lambda_2 x)$$

$$\zeta_3 = \cosh(\lambda_1 x) \sin(\lambda_2 x)$$

$$\zeta_4 = \cosh(\lambda_1 x) \cos(\lambda_2 x)$$

式中: C_1, C_2, C_3 和 C_4 均为待定常数。

将式(31)代入式(30),得到总畸变角 χ_x 的齐次解

$$\chi_x = \sum_{i=1}^4 C_i \zeta_i \quad (32)$$

$$\zeta_1 = -\frac{I_{Dw}}{I_k} [(\lambda_1^3 - 3\lambda_1 \lambda_2^2) \cosh(\lambda_1 x) \sin(\lambda_2 x) + (3\lambda_1 \lambda_2^2 - \lambda_2^3) \sinh(\lambda_1 x) \cos(\lambda_2 x)]$$

$$\zeta_2 = -\frac{I_{Dw}}{I_k} [(\lambda_1^3 - 3\lambda_1 \lambda_2^2) \cosh(\lambda_1 x) \cos(\lambda_2 x) + (\lambda_2^3 - 3\lambda_1^2 \lambda_2) \sinh(\lambda_1 x) \sin(\lambda_2 x)]$$

$$\zeta_3 = -\frac{I_{Dw}}{I_k} [(\lambda_1^3 - 3\lambda_1 \lambda_2^2) \sinh(\lambda_1 x) \sin(\lambda_2 x) + (3\lambda_1^2 \lambda_2 - \lambda_2^3) \cosh(\lambda_1 x) \cos(\lambda_2 x)]$$

$$\zeta_4 = -\frac{I_{Dw}}{I_k} [(\lambda_1^3 - 3\lambda_1 \lambda_2^2) \sinh(\lambda_1 x) \cos(\lambda_2 x) + (\lambda_2^3 - 3\lambda_1^2 \lambda_2) \cosh(\lambda_1 x) \sin(\lambda_2 x)]$$

2.3 波形钢腹板组合箱梁畸变单元 B2D-CSW

设有考虑畸变剪切变形影响的两节点四自由度波形钢腹板组合箱梁单元(B2D-CSW),如图9所示。该单元梁长 L ,单元两端的广义位移列向量 δ^e 为

$$\delta^e = (\chi_{xi}, \chi_{xi}^{p'}, \chi_{xj}, \chi_{xj}^{p'})^T \quad (33)$$

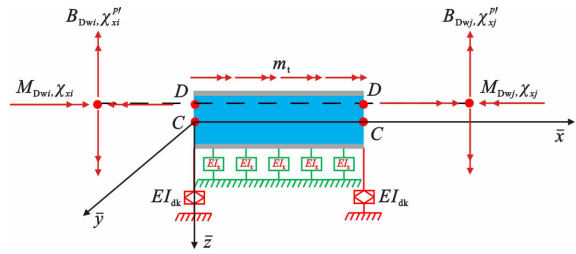


图9 两节点四自由度梁单元(B2D-CSW)

Fig. 9 Two-node four-DOF beam-element (B2D-CSW)

相应的单元两端广义力列向量 F^e 为

$$F^e = (M_{Dwi}, B_{Dwi}, M_{Dwj}, B_{Dwj})^T$$

$$M_{Dw} = G_c I_{Dp} \chi_x'$$

$$B_{Dw} = -E_c I_{Dw} \chi_x^{p'} \quad (34)$$

式中: M_{Dw} 为畸变剪力; B_{Dw} 为畸变双力矩。

选取式(31)主畸变角率和式(32)总畸变角的齐次解构造广义位移的插值函数,利用杆端的位移边界条件,当 $\bar{x} = 0$ 时

$$\chi_x = \chi_{xi}, \chi_x^{p'} = \chi_{xi}^{p'} \quad (35)$$

当 $\bar{x} = L$ 时

$$\chi_x = \chi_{xj}, \chi_x^{p'} = \chi_{xj}^{p'} \quad (36)$$

确定式(31)的4个待定常数(C_1, C_2, C_3, C_4),再将其代入式(31)、(32),得到

$$\chi_x = [N_1] \delta^e$$

$$\chi_x^{p'} = [N_2] \delta^e \quad (37)$$

式中: $[N_1]$ 为总畸变角的形状函数; $[N_2]$ 为主畸变角率 $\chi_x^{p'}$ 的形状函数。

将式(37)代入单元应变能 U_{wsk} 的表达式,得到

$$\begin{aligned} U_{wsk} &= U_{ws} + U_k = \frac{1}{2} \delta^{eT} \left(\int_0^L E_c I_{Dw} [N_2]'^T \cdot [N_2]' dx \right) \delta^e + \frac{1}{2} \delta^{eT} \left[\int_0^L G_c I_{Dp} ([N_1]' - [N_2])^T ([N_1]' - [N_2]) dx \right] \delta^e + \\ &= \frac{1}{2} \delta^{eT} \left(\int_0^L E_c I_k [N_1]^T [N_1] dx \right) \delta^e \\ &= \frac{1}{2} \delta^{eT} K^e \delta^e \end{aligned} \quad (38)$$

式中: K^e 是单元的刚度矩阵。

将式(37)代入横隔板框架应变能 U_d ,得到

$$\begin{aligned} U_d &= \sum_k \frac{1}{2} E_c I_{dk} \chi_x^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_k \delta^{eT} (E_c I_{dk} [N_1]^T [N_1]) \delta^e \\ &= \frac{1}{2} \delta^{eT} K_{dk} \delta^e \end{aligned} \quad (39)$$

式中: K_{dk} 为横隔板刚度矩阵。

将式(37)代入荷载外力势能 V , 得到

$$V = -\delta^e T \int_0^L \left([N_1]^T \frac{m_t}{2} \right) dx - \delta^e T [N_1]^T \frac{T_m}{2} \quad (40)$$

3 算例分析

3.1 理论验证

3.1.1 算例 1: 无中横隔板的简支波形钢腹板组合箱梁

为验证本文所提两节点四自由度波形钢腹板组合箱梁畸变单元(B2D-CSW)的计算精度, 选取文献[13]中简支波形钢腹板组合箱梁作为研究对象, 结构尺寸如图 10 所示。梁端设有 1.5 m 厚混凝土横隔板, 梁内无中横隔板。集中荷载 $P=500$ kN 作用于跨中截面边腹板。箱形截面的几何参数和波形钢腹板的尺寸参数分别见图 10(b)和图 10(c)。混凝土的弹性模量和泊松比分别为 3.45×10^4 MPa 和 0.2; 波形钢腹板的弹性模量和泊松比分别为 2.06×10^5 MPa 和 0.3。

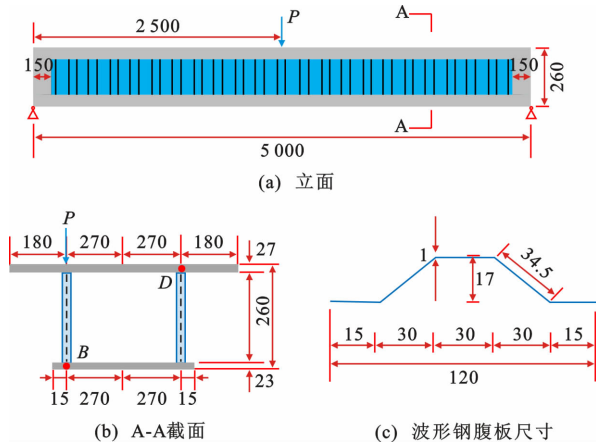


图 10 简支波形钢腹板组合箱梁(单位: cm)

Fig. 10 Simply supported composite box girder with CSWs (unit: cm)

采用 ABAQUS/Standard 建立算例 1 的实体有限元模型(Solid-FEM), 如图 11(a)所示。混凝土翼缘板与端横隔板采用 C3D8I(非协调模式)单元, 单元数量为 8.09×10^4 ; 波形钢腹板采用 S4 壳单元, 单元数量为 8.79×10^3 , 波形钢腹板与混凝土通过节点耦合方式连接。根据图 4 所示的偏心荷载分解图谱, 提取图 10(b)所示偏心荷载的畸变分量, 并将其施加于 Solid-FEM 模型。采用 B2D-CSW 梁单元建立算例 1 的数值分析模型, 单元数量为 50, 边界条件设置如图 11(b)所示, 端横隔板的抗畸变刚度按式(24)计算。

为了对比分析畸变荷载作用下不同数值分析模型的力学响应, 分别提取 Solid-FEM 模型和 B2D-

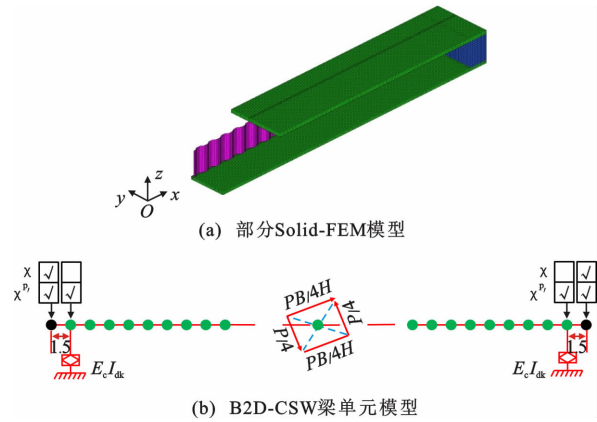
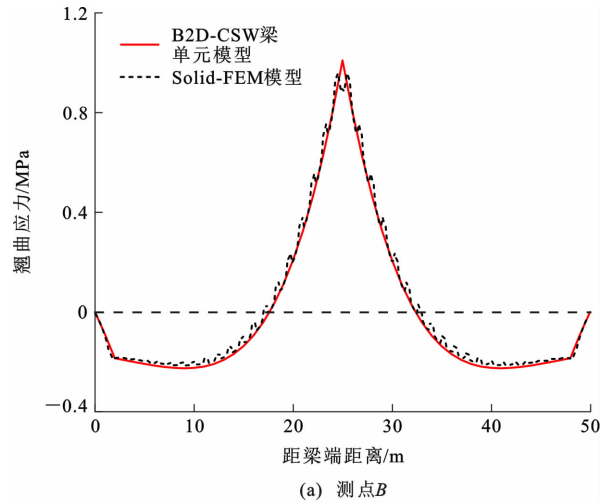


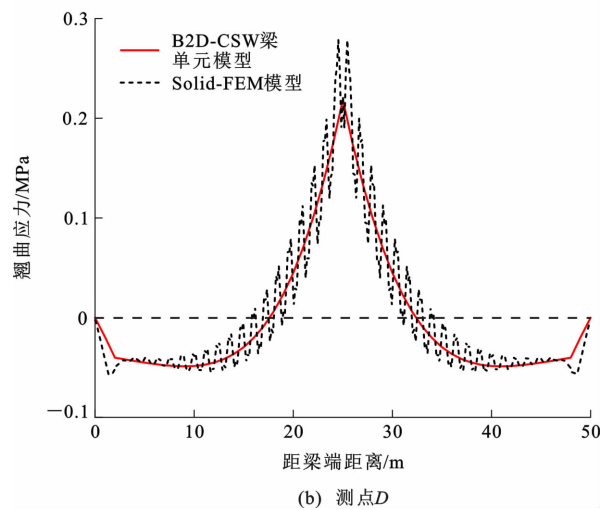
图 11 简支波形钢腹板组合箱梁的有限元模型

Fig. 11 Finite element model of simply supported box girder with CSWs

CSW 梁单元模型在截面测点 B 和 D 处计算得到的畸变翘曲应力, 并绘制其沿梁轴向的分布曲线, 如图 12 所示。由图 12 可见, Solid-FEM 模型计算得到的各测点畸变翘曲应力值沿梁轴向呈锯齿状波



(a) 测点 B



(b) 测点 D

图 12 畸变翘曲应力分布

Fig. 12 Distortional warping stress distribution

动,这是由于波形钢腹板与混凝土翼缘板在连接处刚度不连续,导致畸变翘曲应力出现局部扰动;而 B2D-CSW 梁单元模型是基于连续位移场假设提出的,因此计算得到的畸变翘曲应力曲线光滑连续。尽管 2 种模型计算得到的畸变翘曲应力在分布形态上存在差异,但 B2D-CSW 梁单元模型与 Solid-FEM 模型在整体分布趋势与应力均值水平上高度一致,验证了本文梁单元理论模型的准确性。此外, B2D-CSW 梁单元模型仅需少量单元即可实现与实体有限元模型相当的计算精度,进一步体现了其高效的计算效率。

3.1.2 算例 2:考虑不同横隔板刚度影响的波形钢腹板组合箱梁

为验证不同横隔板刚度条件下 B2D-CSW 梁单元模型的计算精度,以算例 1 简支波形钢腹板组合箱梁为基准模型,如图 13 所示,在距离主梁跨中截面 3 m 位置布置了一道钢横隔板,钢板厚度 t_{dw} 分别取 1、2、5、8、14、20 mm。

采用 ABAQUS/Standard 和 B2D-CSW 梁单元

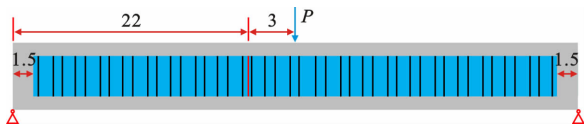


图 13 钢横隔板布置(单位:m)

Fig. 13 Layout of steel-plate diaphragm (unit: m)

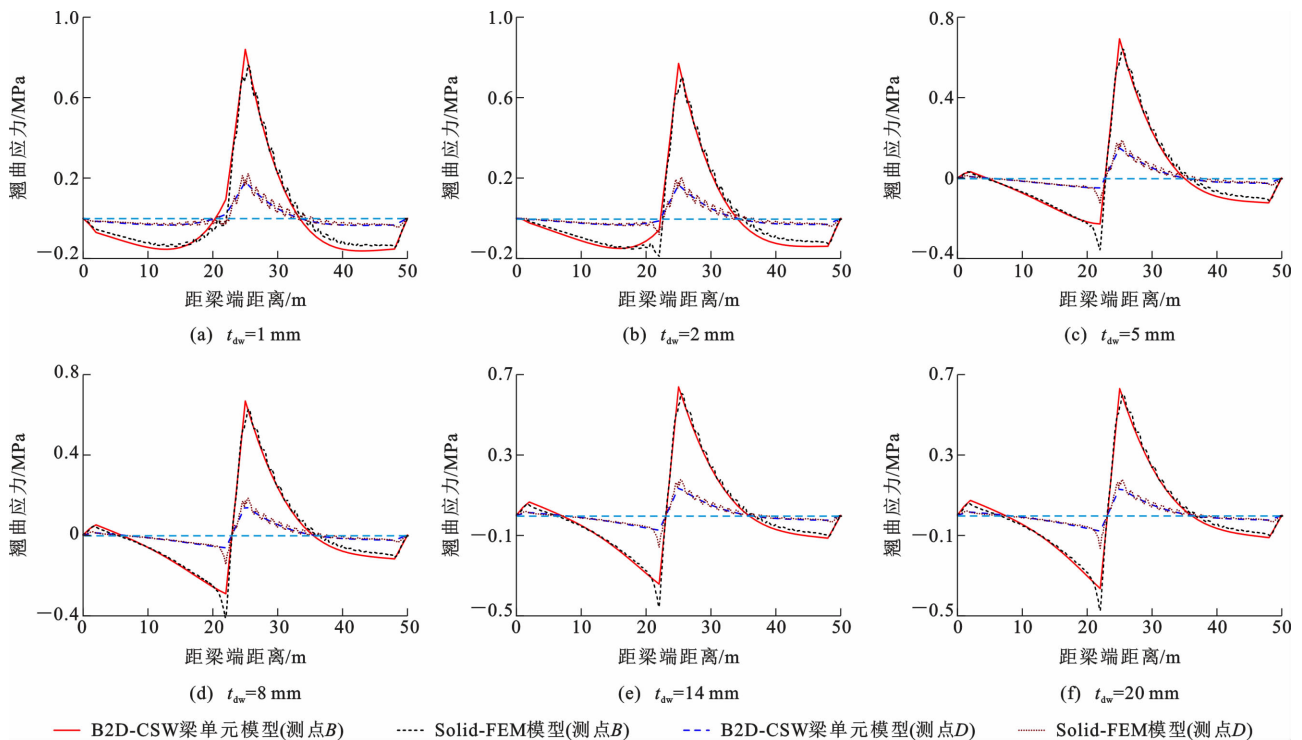


图 14 横隔板刚度对波形钢腹板组合箱梁畸变翘曲应力的影响

Fig. 14 Influence of diaphragm stiffness on distortional warping stress in composite box girders with CSWs

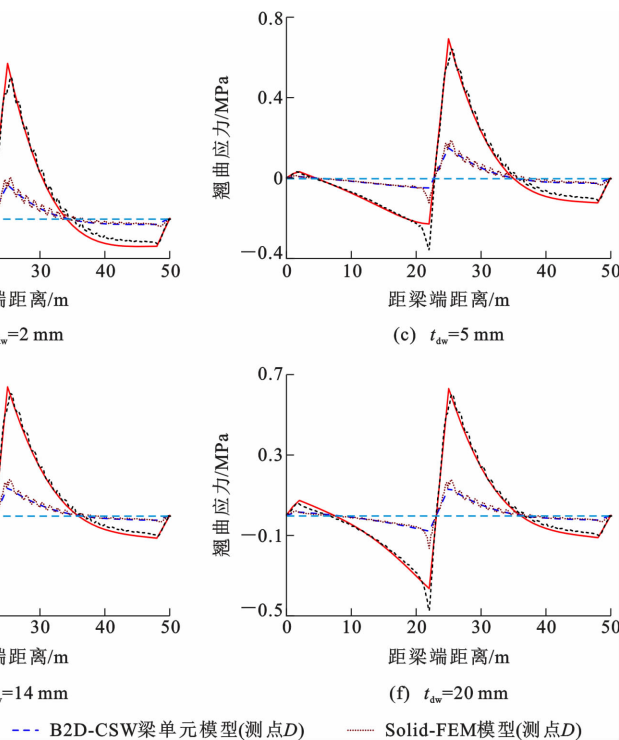
分别建立算例 2 在不同横隔板刚度条件下的数值分析模型,提取截面测点 B 和测点 D 处的畸变翘曲应力,并绘制其沿梁轴向的分布规律,如图 14 所示。

由图 12、14 可见,随着钢横隔板厚度的增加,测点 B 和测点 D 处的畸变翘曲应力分布呈阶段性变化特征:在钢横隔板布置处,应力值逐渐由正转负;而在横隔板两侧区域,畸变翘曲应力的分布模式由正对称逐步演变为近似反对称。这表明随着横隔板刚度的增加,其对畸变变形的约束能力不断增强,从而显著改变了主梁畸变内力的分布特性。B2D-CSW 梁单元模型能准确预测上述变化趋势,其计算结果与 Solid-FEM 模型结果高度一致,验证了本文提出的考虑横隔板刚度影响的 B2D-CSW 梁单元模型在计算精度和适用性方面均具有良好的性能。

进一步地,提取图 14 中 B2D-CSW 梁单元模型在不同钢横隔板厚度条件下计算得到的跨中截面测点 B 和测点 D 的畸变翘曲应力值,见表 1。

表 1 横隔板刚度对跨中截面畸变翘曲应力的影响
Table 1 Influence of diaphragm stiffness on distortional warping stress at mid-span section

测点	不同横隔板厚度(mm)的翘曲应力						
	0	1	2	5	8	14	20
B	1.01	0.84	0.77	0.69	0.66	0.64	0.63
D	0.22	0.18	0.17	0.15	0.14	0.14	0.14



腹板组合箱梁跨中截面测点 B 和测点 D 处的畸变翘曲应力经历先快速下降 ($t_{dw} \leq 5$ mm) 后渐趋稳定 ($t_{dw} > 5$ mm) 的双阶段变化特征。当 $t_{dw} > 5$ mm 时, 应力降幅小于 5%, 表明此时钢横隔板的抗畸变刚度已达到有效抑制畸变效应的临界阈值, 继续增加其刚度对改善主梁畸变力学性能的作用已不明显。

3.1.3 算例 3: 考虑不同横隔板数量影响的波形钢腹板组合箱梁

为验证考虑不同横隔板数量条件下 B2D-CSW 梁单元的计算精度, 以算例 1 简支波形钢腹板组合箱梁为基准模型, 在梁内分别增设了一道、两道和四道混凝土板式横隔板, 如图 15 所示。为明确横隔板间距对波形钢腹板组合箱梁畸变翘曲应力的影响, 所有中横隔板的厚度均设为 30 cm。

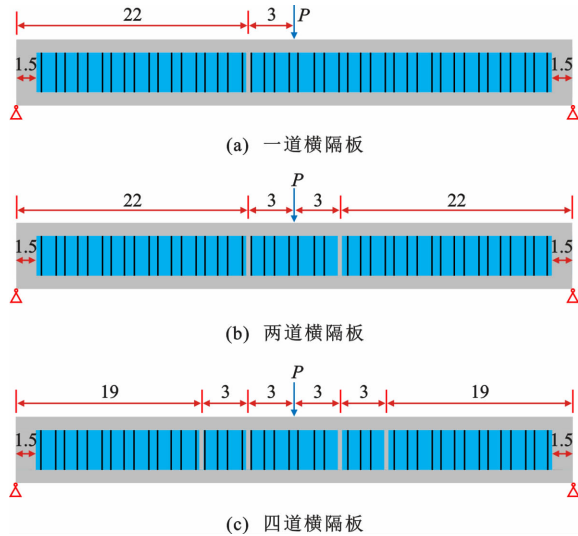


图 15 混凝土横隔板布置(单位:m)

Fig. 15 Layout of concrete-plate diaphragm (unit: m)

采用 ABAQUS/Standard 和 B2D-CSW 梁单元分别建立算例 3 在不同横隔板数量条件下的数值分析模型, 提取截面测点 B 和测点 D 处的畸变翘曲应力, 并绘制其沿梁轴向的分布曲线, 如图 16 所示。

由图 16 可见, 采用 B2D-CSW 梁单元模型计算得到的不同横隔板数量条件下, 测点 B 和测点 D 处的畸变翘曲应力沿梁轴向分布规律与 Solid-FEM 模型计算结果吻合较好, 验证了 B2D-CSW 梁单元模型在考虑不同横隔板间距时的准确性。随着横隔板数量的增加, 在横隔板布置位置处出现明显的畸变翘曲应力突变现象, 进一步揭示了横隔板主要通过提供弹性约束的方式来调节主梁畸变内力的重分布。由于 Solid-FEM 模型中采用实体单元模拟板式横隔板, 其计算结果在局部区域表现出更为显著的应力集中效应; 而 B2D-CSW 模型通

过等效刚度简化处理, 虽然在一定程度上平滑了局部应力峰值, 但仍能准确捕捉横隔板影响的总体变化趋势。综合分析表明, 本文所建立的考虑横隔板刚度影响的 B2D-CSW 梁单元模型能够有效预测不同横隔板布置方案下波形钢腹板组合箱梁的畸变力学响应。

进一步地, 提取图 16 中 B2D-CSW 梁单元模型在不同横隔板数量条件下计算得到的跨中截面测点 B 和测点 D 处的畸变翘曲应力, 见表 2。

表 2 横隔板数量对跨中截面畸变翘曲应力的影响
Table 2 Influence of diaphragm quantity on distortional warping stress at mid-span section MPa

测点	不同横隔板数量的翘曲应力			
	0	1	2	4
B	1.01	0.61	0.53	0.51
D	0.22	0.13	0.12	0.11

由表 2 可见, 在波形钢腹组合箱梁最大畸变翘曲应力位置附近布置一道混凝土横隔板时, 测点 B 和测点 D 的畸变翘曲应力值较无横隔板时分别降低了 39.4% 和 39.3%, 这一降幅与表 1 中布置一道钢横隔板的应力临界值基本吻合。随着横隔板数量逐渐增加至两道, 跨中截面测点 B 和测点 D 的畸变翘曲应力降幅逐渐趋缓, 表明混凝土横隔板对跨中截面畸变效应的抑制作用在布置 2 道混凝土横隔板时已基本达到临界, 继续增加横隔板数量对改善主梁畸变力学性能的边际效益显著降低。

3.2 扩展算例分析

为进一步验证 B2D-CSW 梁单元的适用性, 探讨横隔板对波形钢腹板组合箱梁畸变效应的影响, 选取某变截面波形钢腹板 PC 组合连续箱梁桥作为扩展算例, 如图 17 所示。桥梁跨径组合为 (80+135+80) m, 桥面宽度为 16.68 m。其中: 中支点 (4-4 截面) 和边支点 (1-1 截面) 为混凝土箱形截面; 跨中抛物线起点 (3-3 截面) 和抛物线终点 (2-2 截面) 为波形钢腹板组合箱形截面, 梁高及底板厚度按二次抛物线过渡。主梁采用 C55 混凝土, 弹性模量为 3.55×10^4 MPa; 波形钢腹板采用 1600 型 Q345qD 钢材, 厚度为 18~26 mm, 弹性模量为 2.06×10^5 MPa。在边腹板施加均布荷载 $q = 10.5$ kN·m⁻¹, 以充分获取结构的畸变响应。

基于 Timoshenko 梁理论, 分别编写了考虑波形钢腹板和混凝土腹板剪切变形影响的梁单元计算程序, 用于分析图 17 所示波形钢腹板 PC 组合箱梁桥的弯曲应力分布特性。在现有研究基础上, 将波形钢腹板的材料参数替换为混凝土参数, 进一步构

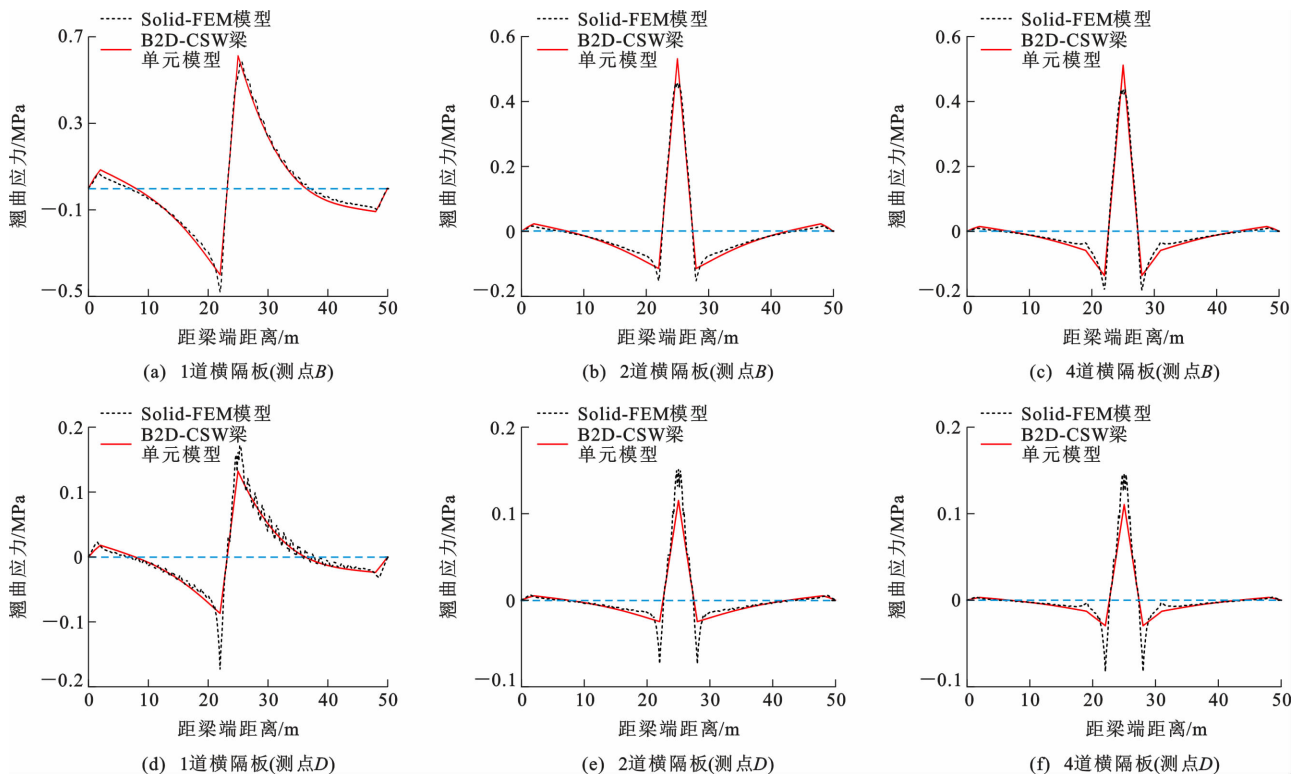


图 16 横隔板数量对波形钢腹板组合箱梁畸变翘曲应力的影响

Fig. 16 Influence of diaphragm quantity on distortional warping stress in composite box girders with CSWs

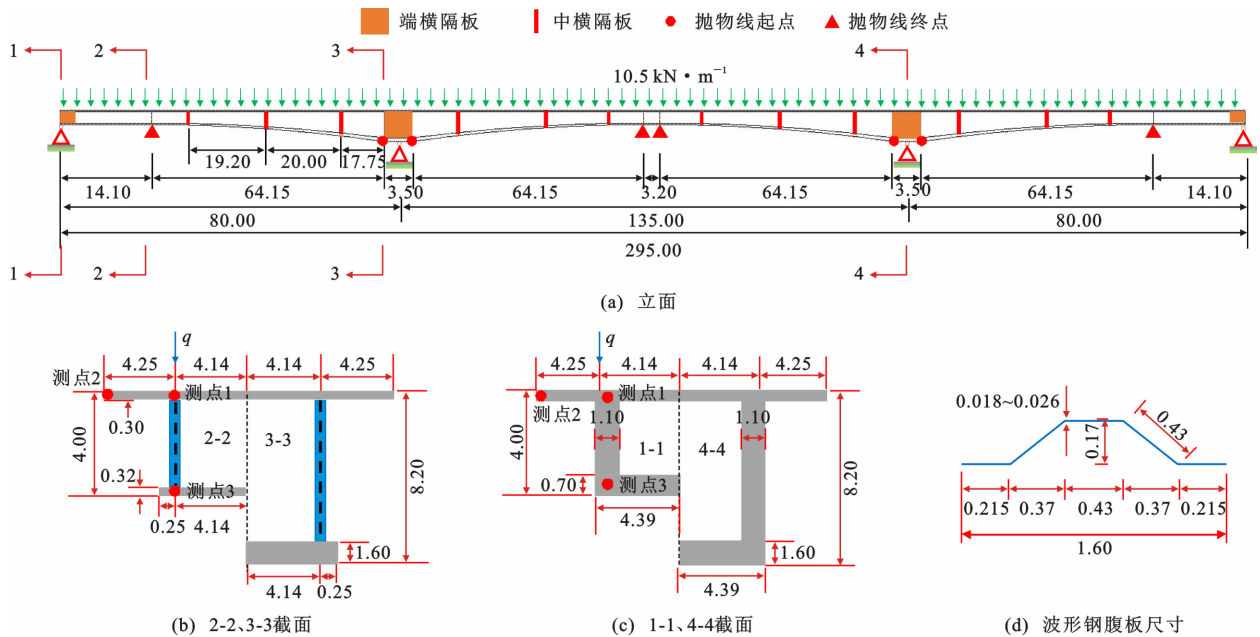


图 17 某变截面波形钢腹板 PC 组合连续箱梁桥(单位:m)

Fig. 17 Non-prismatic PC continuous composite box girder bridge with CSWs (unit: m)

建了考虑剪切变形影响的混凝土箱梁畸变单元 B2D,该单元可视为 B2D-CSW 梁单元的特殊形式。采用 B2D-CSW 梁单元模型计算图 17 所示波形钢腹板 PC 组合箱梁桥的畸变响应,并将计算得到的测点 1~3 弯曲应力、无中横隔工况和有中横隔板工况下畸变翘曲应力沿梁轴线的分布规律绘制于

图 18。

由图 18 可见,在无中横隔板工况下,B2D-CSW 梁单元模型计算所得各测点(测点 1~3)的畸变翘曲应力分布曲线与弯曲应力分布呈相似的特征,畸变翘曲应力的量级与弯曲应力相当,在结构设计中若忽略畸变效应影响,将显著低估实际应力水

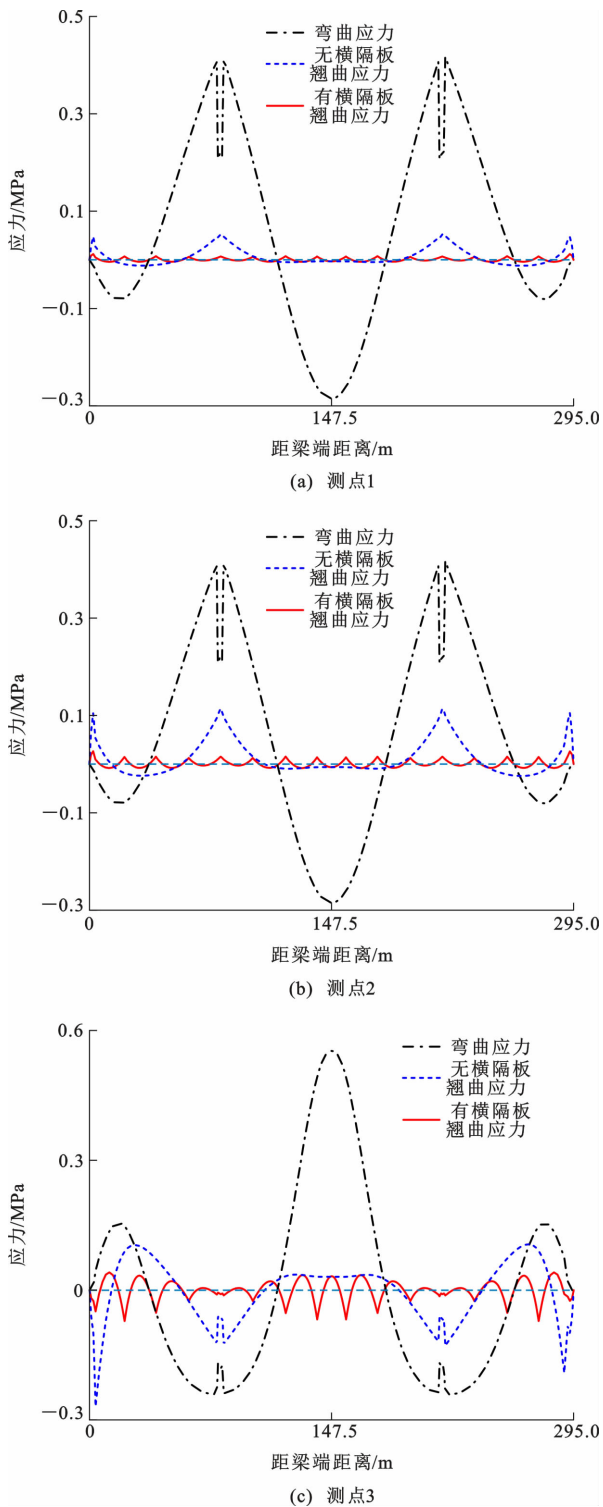


图 18 弯曲应力和畸变翘曲应力分布

Fig. 18 Distribution of bending and distortional warping stress

平,进而导致结构安全储备不足。当横隔板的真实抗畸变刚度被引入到 B2D-CSW 梁单元模型后,各测点的畸变翘曲应力幅值出现明显降低,同时横隔板的布置显著改善了周边区域畸变翘曲应力的分布模式。这一现象表明,通过合理配置中横隔板,可有效抑制波形钢腹板 PC 组合箱梁桥的畸变效应,使

其影响在整体受力行为中显著减弱。

4 结 语

(1)虽然畸变荷载属于自平衡力系,但其引起的局部畸变变形会在结构内部产生不可忽视的畸变翘曲应力,这些应力分量显著影响结构的实际受力状态。若在设计中忽略畸变效应,可能对结构产生不利影响。

(2)计算结果表明,B2D-CSW 梁单元模型能够准确预测不同横隔板刚度及横隔板数量条件下波形钢腹板组合箱梁的畸变响应。与实体有限元模型相比,B2D-CSW 梁单元模型具有单元数量少,计算效率高和结果平滑等优点。

(3)分析表明,横隔板的抗畸变刚度对波形钢腹板组合箱梁的畸变变形具有显著的弹性约束作用。随着横隔板刚度的增加,其对畸变效应的抑制能力不断增强,直至达到临界阈值,此后刚度的增加对结构畸变响应的改善趋于稳定。横隔板数量在一定范围内同样有助于抑制截面畸变效应,但达到临界数量后,继续增设横隔板的效果不再显著。

(4)对于变截面波形钢腹板 PC 组合箱梁桥,合理布置中横隔板能够有效抑制畸变效应,其对整体结构力学性能的影响可在一定程度上忽略。本文提出的 B2D-CSW 梁单元模型为此类结构的设计与力学性能分析提供了可靠的计算工具与理论支撑,具有良好的工程应用前景。

(5)基于 B2D-CSW 梁单元进一步开展横隔板刚度与数量的临界阈值研究,探索其对结构畸变效应控制的最优配置规律,以实现结构布置的优化,是下一步的主要工作。

参 考 文 献 :

References :

- [1] MO Y L, JENG C H, KRAWINKLER H. Experimental and analytical studies of innovative prestressed concrete box-girder bridges[J]. *Materials and Structures*, 2003, 36(2): 99-107.
- [2] HE J, LIU Y Q, CHEN A R, et al. Mechanical behavior and analysis of composite bridges with corrugated steel webs: State-of-the-art[J]. *International Journal of Steel Structures*, 2012, 12(3): 321-338.
- [3] 聂建国,陶慕轩,吴丽丽,等. 钢-混凝土组合结构桥梁研究新进展[J]. *土木工程学报*, 2012, 45(6): 110-122.
NIE Jian-guo, TAO Mu-xuan, WU Li-li, et al. Advances of research on steel-concrete composite bridges[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2012, 45(6): 110-122.

- [4] 董桔灿,陈宜言,BRISEGHELLA Bruno,等. 波形钢腹板-双管弦杆-混凝土板组合连续箱梁受弯性能[J]. 交通运输工程学报,2016,16(3):35-45.
DONG Jie-can, CHEN Yi-yan, BRISEGHELLA Bruno, et al. Flexural behaviors of composite continuous box-girder with corrugated steel webs, double concrete filled steel tubular chords and concrete slabs[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2016, 16(3): 35-45.
- [5] 陈康明,黄汉辉,吴庆雄,等. 波形钢腹板-钢管混凝土桁式弦杆组合梁桥疲劳性能[J]. 交通运输工程学报,2022,22(5):200-216.
CHEN Kang-ming, HUANG Han-hui, WU Qing-xiong, et al. Fatigue performance of composite girder bridge with corrugated steel webs-concrete filled steel tubular truss chords[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2022, 22(5): 200-216.
- [6] 李宏江,叶见曙,万水,等. 波形腹板箱梁的扭转与畸变分析及试验研究[J]. 桥梁建设,2003,33(6):1-4.
LI Hong-jiang, YE Jian-shu, WAN Shui, et al. Analysis and experimental study of torsion and distortion of box girder with corrugated steel webs[J]. Bridge Construction, 2003, 33(6): 1-4.
- [7] 李宏江,叶见曙,万水,等. 波形钢腹板箱梁偏载下的力学性能[J]. 交通运输工程学报,2004,4(2):23-26.
LI Hong-jiang, YE Jian-shu, WAN Shui, et al. Mechanical performances of box girder with corrugated steel webs under eccentric loading[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2004, 4(2): 23-26.
- [8] 李宏江. 波形钢腹板预应力混凝土组合箱梁扭转与畸变研究进展[J]. 建筑结构学报,2017,38(7):59-67.
LI Hong-jiang. Review on torsion and distortion in prestressed concrete box girders with corrugated steel webs[J]. Journal of Building Structures, 2017, 38(7): 59-67.
- [9] 项海帆. 高等桥梁结构理论[M]. 北京:人民交通出版社,2013.
XIANG Hai-fan. Advanced theory of bridge structures[M]. Beijing: China Communications Press, 2013.
- [10] 马磊,万水,蒋正文. 单箱双室波形钢腹板箱梁扭转与畸变性能研究[J]. 中国公路学报,2016,29(10):77-85.
MA Lei, WAN Shui, JIANG Zheng-wen. Research on torsion and distortion performance of single box double-cell girder with corrugated steel webs[J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29(10): 77-85.
- [11] 郭金琼,房贞政,郑振. 箱形梁设计理论[M]. 北京:人民交通出版社,2008.
GUO Jin-qiong, FANG Zhen-zheng, ZHENG Zhen. Design theory of box girder[M]. Beijing: China Communications Press, 2008.
- [12] 杨丙文,黎雅乐,万水,等. 波形钢腹板箱梁畸变应力分析[J]. 东南大学学报(自然科学版),2011,41(5):1065-1069.
YANG Bing-wen, LI Ya-le, WAN Shui, et al. Stress analysis of box girders with corrugate steel webs under distortion[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2011, 41(5): 1065-1069.
- [13] LI L F, ZHOU C, WANG L H. Distortion analysis of non-prismatic composite box girders with corrugated steel webs[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2018, 147: 74-86.
- [14] 李立峰,周聪,王连华,等. 基于纽玛克法的变截面波形钢腹板组合箱梁畸变效应分析[J]. 中国公路学报,2018,31(6):217-226.
LI Li-feng, ZHOU Cong, WANG Lian-hua, et al. Analysis on distortion effect of non-prismatic composite box girders with corrugated steel webs based on Newmark method[J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, 31(6): 217-226.
- [15] 李运生,马瑞泽,张德莹,等. 隔板式曲线组合梁施工阶段开口薄壁钢梁受力特性研究[J]. 铁道学报,2014,36(9):99-104.
LI Yun-sheng, MA Rui-ze, ZHANG De-ying, et al. Research on stressed behavior of open thin-walled steel girders of curved composite beams stiffened by diaphragms in construction stage[J]. Journal of the China Railway Society, 2014, 36(9): 99-104.
- [16] REN Y Z, CHENG W M, WANG Y Q, et al. Distortional analysis of simply supported box girders with inner diaphragms considering shear deformation of diaphragms using initial parameter method[J]. Engineering Structures, 2017, 145: 44-59.
- [17] REN Y Z, CHENG W M, WANG Y Q, et al. Analysis of the distortion of cantilever box girder with inner flexible diaphragms using initial parameter method[J]. Thin-Walled Structures, 2017, 117: 140-154.
- [18] 张元海,刘泽翔,周福成. 考虑横隔板变形影响的薄壁箱梁畸变分析[J]. 东南大学学报(自然科学版),2024,54(6):1456-1463.
ZHANG Yuan-hai, LIU Ze-xiang, ZHOU Fu-cheng. Analysis on distortion of thin-walled box girders considering deformation of diaphragms[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2024, 54(6): 1456-1463.
- [19] 张元海. 设置跨内横隔板的箱形梁畸变效应分析[J]. 土木工程学报,2021,54(11):91-98.
ZHANG Yuan-hai. Analysis on distortion effect of box girders with inner-span diaphragms[J]. China Civil Engineering Journal, 2021, 54(11): 91-98.
- [20] ZHANG Y L, WANG C, ZHANG X, et al. Exact distortional behaviour of single-box multicell curved composite box girders with corrugated steel webs in the elastic stage[J]. Engineering Structures, 2023, 297: 116961.
- [21] 李夏元,陈建兵,陈洪兵,等. 扭转荷载作用下考虑横隔板刚度影响的一种新型箱梁单元[J/OL]. 工程力学,2025,https://kns.cnki.net/KCMS/detail/detail.aspx filename=GCLX-2025041800H&dbname=CJFD&dbcode=CJFQ.
LI Xia-yuan, CHEN Jian-bing, CHEN Hong-bing, et al. A new box girder element considering the influence of

- diaphragm stiffness under torsional load[J/OL]. *Engineering Mechanics*, 2025, <https://kns.cnki.net/KCMS/detail/detail.aspx?filename=GCLX2025041800H&dbname=CJFD&dbcode=CJFQ>.
- [22] PARK N H, CHOI Y J, YI G S, et al. Distortional analysis of steel box girders[J]. *Steel Structures*, 2002, 2: 51-58.
- [23] PARK N H, CHOI S, KANG Y J. Exact distortional behavior and practical distortional analysis of multicell box girders using an expanded method[J]. *Computers & Structures*, 2005, 83(19/20): 1607-1626.
- [24] PARK N H, KANG Y J, KIM H J. An independent distortional analysis method of thin-walled multicell box girders[J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 2005, 21(3): 275-293.
- [25] PARK N H, LIM N H, KANG Y J. A consideration on intermediate diaphragm spacing in steel box girder bridges with a doubly symmetric section[J]. *Engineering Structures*, 2003, 25(13): 1665-1674.
- [26] PARK N H, CHOI Y J, KANG Y J. Spacing of intermediate diaphragms in horizontally curved steel box girder bridges[J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2005, 41(9/10): 925-943.
- [27] LEE J, LEE K, CHOI J, et al. Intermediate diaphragm spacing for single-cell rectangular steel box girder bridges considering aspect-ratio[J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 2020, 168: 105877.
- [28] LEE J, KIM S, KANG Y J. Effect of cross-sectional rigidity on intermediate diaphragm spacing of steel-box girder bridges[J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 2022, 188: 107006.
- [29] 李夏元, 万 水, 付理想, 等. 一种考虑波形钢腹板等效剪切变形自由度的新型箱梁单元[J]. *交通运输工程学报*, 2025, 25(5): 385-398.
- LI Xia-yuan, WAN Shui, FU Li-xiang, et al. A novel box girder beam element considering equivalent shear deformation freedom of corrugated steel webs[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2025, 25(5): 385-398.
- [30] ZHOU M, LIU Z, ZHANG J D, et al. Equivalent computational models and deflection calculation methods of box girders with corrugated steel webs[J]. *Engineering Structures*, 2016, 127: 615-634.
- [31] JOHNSON R P, CAFOLLA J, BERNARD C. Corrugated webs in plate girders for bridges[J]. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, 1997, 122(2): 157-164.
- [32] LI X Y, LI L F, ZHOU M, et al. Refined beam finite element model for thin-walled multi-cell box girders considering distortion and secondary distortional moment deformation effect[J]. *Engineering Structures*, 2024, 298: 117042.