

文章编号:1671-1637(2026)04-0108-13

山区环境的接驳式无人机-车辆协同路径优化

秦雅琴^{*1}, 邓钦原^{1,2}, 雷基林^{1,2}, 钱正富¹, 赵仕林¹

(1. 昆明理工大学 交通工程学院, 云南 昆明 650500;

2. 云南交通运输职业学院 智慧交通学院, 云南 昆明 650300)

摘要:为解决山区及城镇末端环境下物流系统车辆可达性差、场景适应性不足的核心问题,探索了一种新型接驳式无人机-车辆的协同调度模式,由干线集散车辆搭载多架无人机组成的货运接驳系统,支持多架无人机从车辆同步起飞,且每次飞行中单架无人机可以为一个或多个客户提供同时取送货服务,系统订单的履行包括3个阶段,即取送货需求聚类、干线车辆线路设计、接驳式无人机路径决策。基于上述系统构建了考虑时间窗和多接驳式无人机-车辆协同的混合整数线性规划模型以最小化系统总成本,并针对大规模案例求解需求设计了一种改进交叉邻域搜索的人工蜂群算法;结合云南省高原山区场景,设计了不同规模的数值试验以验证模型和算法的有效性。研究表明:对比经典的无人机-卡车并行协同模型,所提出的模型在场景适应性和经济性方面表现出显著优势,能够将成本降低8.0%~46.7%;改进的人工蜂群算法在求解效率与成本上均优于CPLEX求解器及其他对比算法,尤其在问题规模较大时,对比CPLEX求解成本可降低1.4%~4.3%;灵敏度试验证明,模型具有较强的鲁棒性,并印证了在山区环境下采取宽松时间窗策略及增加无人机续航,能有效提升配送方案的效率与经济性。

关键词:低空物流;路径优化;无人机-车辆协同;混合整数线性规划;DBSCAN聚类;人工蜂群算法

中图分类号:U116.2 **文献标志码:**A **DOI:**10.19818/j.cnki.1671-1637.2026.167

Drone-vehicle collaborative routing optimization with transfer operations in mountainous environments

QIN Ya-qin^{*1}, DENG Qin-yuan^{1,2}, LEI Ji-lin^{1,2}, QIAN Zheng-fu¹, ZHAO Shi-lin¹

(1. Faculty of Transportation Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, Yunnan, China;

2. Faculty of Intelligent Transportation, Yunnan Vocational College of Transportation, Kunming 650300, Yunnan, China)

Abstract: To address the core issues of poor vehicle accessibility and insufficient scenario adaptability in logistics systems in mountainous areas and urban fringe environments, a novel collaborative scheduling model for transfer-based drones-vehicle systems is proposed. A freight transportation system consisting of multiple drones carried by mainline distribution vehicles is considered, allowing the simultaneous takeoff of multiple drones from vehicles, where each drone can provide simultaneous pickup and delivery services for one or more customers per flight. The fulfillment of system orders involves three stages: clustering pickup and delivery demands, designing mainline vehicle routes, and determining transfer-based drone routes. Based on the above system, a mixed-integer linear

出版历程:2025-10-10 收稿,2025-11-26 修回,2026-01-23 录用

基金项目:国家自然科学基金项目(72261021);云南省自然科学基金项目(202501AS070152)

*作者简介:秦雅琴(1972-),女,湖南平江人,教授,博士生导师,工学博士,E-mail:qyq_email@foxmail.com。

引用格式:秦雅琴,邓钦原,雷基林,等.山区环境的接驳式无人机-车辆协同路径优化[J].交通运输工程学报,2026,26(4):108-120.

Citation: QIN Ya-qin, DENG Qin-yuan, LEI Ji-lin, et al. Drone-vehicle collaborative routing optimization with transfer operations in mountainous environments[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2026, 26(4): 108-120.

programming model considering time windows and multi-drone-vehicle collaborative operations with transfers is constructed to minimize the total system cost, and an improved artificial bee colony algorithm with cross-neighborhood search is designed to solve large-scale cases. Numerical experiments at different scales were designed based on the high-altitude mountainous areas of Yunnan Province to validate the effectiveness of the model and algorithm. Research results show that, compared with the classical drone-truck parallel collaboration model, the proposed model exhibits superior performance in scenario adaptability and cost efficiency, and reduces costs by 8.0% to 46.7%. Furthermore, the improved artificial bee colony algorithm outperforms the CPLEX solver and other comparative algorithms in both solution efficiency and cost. Particularly for large-scale problems, the solution cost is reduced by 1.4% to 4.3% compared with CPLEX. Finally, sensitivity experiments demonstrate that the model has strong robustness and confirm that adopting a relaxed time window strategy and increasing drone endurance in mountainous environments can effectively improve the efficiency and cost-effectiveness of distribution operations.

Keywords: low-altitude logistics; path optimization; drone-vehicle collaboration; mixed-integer linear programming; DBSCAN clustering; artificial bee colony algorithm

Publication history: Received 2025-10-10; Received in revised form 2025-11-26; Accepted 2026-01-23

Funding: National Natural Science Foundation of China (72261021); Natural Science Foundation of Yunnan Province (202501AS070152)

* **Corresponding author:** QIN Ya-qin, professor, PhD, E-mail: qyq_email@foxmail.com.

0 引言

随着无人机技术的快速迭代升级,低空物流已成为全球物流领域的核心研究热点。无人机配送能力的持续提升,为破解山区及农村偏远地区“最后一公里”配送难题提供了关键技术支持。低空物流可有效突破地面运输条件的限制,在道路基础设施薄弱、运输时效性要求较高的场景中,其运输效率显著优于传统地面车队,这一优势使其成为改善偏远地区物流服务的重要解决方案。

车辆与无人机的协同模式是构建山区低空物流网络的关键路径之一。无人机具备更低成本^[1]和环境友好性,但受限于载荷能力与电池续航,其长途配送能力被显著制约;而通过与卡车、公共交通工具等大容量干线运输工具整合,可充分发挥其优势^[2-3]。早期研究中,Murray等^[4]首先提出了无人机和车辆协同配送的飞行伙伴旅行商问题(Flying Sidekick Traveling Salesman Problem, FSTSP)和并行无人机调度旅行商问题,但仅聚焦单卡车与无人机的应用场景。针对多无人机-车辆协同的旅行商问题或车辆路径问题变式,Kitjacharoenchai等^[5]提出带无人机的多重旅行商问题(Multiple Traveling Salesman Problem with Drone, MTSP-D),允许无人机由任意位置的卡车回收,提升调度

灵活性;Luo等^[6]研究了多无人机的多次旅行商问题,并将其拆解为无人机飞行(含容量与能量约束)、旅行商问题(含优先级约束)、卡车路线与无人机时间表同步3个子问题求解;Yin等^[7]研究了在不确定需求和卡车旅行时间下使用无人机进行车辆路径规划问题,并设计了一个增强的分支定界定价算法求解模型;Nguyen等^[8]在并行无人机调度系统中,采用多无人机组合为集体无人机的技术,并引入无人机功耗非线性函数构建双指标混合整数线性规划(Mixed Integer Linear Programming, MILP)模型;Jung^[9]考虑无人机和无人地面车辆的成本与电力消耗之间的关系,建立了一个成本和时间具有竞争力的带无人机的车辆路径问题(Vehicle Route Problem with Drone, VRP-D)模型。

无人机与车辆协同配送问题的求解方法亦受到研究者的广泛关注。如Agatz等^[10]构建混合整数规划模型,并设计基于局部搜索与动态规划的两阶段启发式算法,用于求解带无人机的旅行商问题(Traveling Salesman Problem with Drone, TSP-D);Bouman等^[11]为解决大规模的TSP-D问题提出一种改进的动态规划算法,有效提高了大规模问题的求解能力;Thomas等^[12]针对单卡车多无人机的路径与调度问题(涉及最后一英里包裹递送途中操作),提出一种再耦合-细化-优化的启发式方法;

Xiong等^[13]针对多目标 TSP-D问题开发含帝国合作的帝国竞争算法,以实现运营成本与完成时间最小化;Roberti等^[14]提出了一种求解 TSP-D的精确算法以提升解的质量和精度。

综上所述,国内外学者在无人机-车辆的协同调度领域已取得一定成果,研究主要集中于车辆与无人机路径的协同决策、配送时间表的同步优化等方向,但现有研究仍存在缺口:一是普遍忽视道路运输条件受限场景(如山区)中车辆可达性不足或配送效率低下的关键问题;二是现有协同模式多采用并行服务逻辑,未充分发挥无人机在复杂地形中的灵活可达优势与车辆的集散承载能力;三是针对山区等特殊场景,缺乏兼顾转运节点规划、多模式协同机制与时间窗约束的系统性解决方案。

针对上述问题,结合无人机在复杂地形中的可达性与速度优势,本文参照道路运输转运接驳逻辑,提出一种新型接驳式无人机-车辆多阶段协同配送模式,其核心设计为:通过客户预约明确货物取送需求与时间窗约束,货物在车辆起始车场完成预装后,由干线车辆运输至动态接驳点,再由无人机执行末端取送任务;车辆仅承担无人机的接驳、补给与货物集散功能,不参与末端配送。该模式通过“车辆干线运输+无人机末端接驳”的多阶段串行服务逻辑,一方面以无人机灵活性弥补山区物流网络中车辆可达性短板,另一方面以干线车辆的大容量、广覆盖特性补偿无人机的载荷与飞行范围限制,实现2类载运工具的优势互补。相关研究中,Zhang等^[15]提出的多访问无人机-车辆路径模型通过多阶段任务拆解实现协同,但仍采用并行服务模式,且未考虑车辆可达性约束;Meng等^[16]针对随机卡车行驶时间与软时间窗下的卡车-无人机配送问题提出用样本平均近似框架将随机模型转化为混合整数规划的求解思路;Osorio等^[17]提出带无人机的货运中转运营优化框架,通过无人机与公交路径同步实现配送服务,其系统依赖完善的公共交通线网且无人机起降点固定,无法适配山区转运节点的动态构建需求,也增加了运力协同的复杂度与距离成本。

鉴于此,本文聚焦山区低空物流“最后一公里”配送难题,提出带时间窗的多接驳式无人机-车辆协同路径问题(Multi-visits Connecting Drone-vehicle Routing Problem with Time Window, MCDVRPTW);同时,以云南省高原山区为实证研究对象,构建考虑运输可达性、时间窗约束与系统成本最优的MILP模型;最后,设计适配大规模案例的高效求解算法,

实现协同路径规划与系统成本控制的联合优化。研究为山区低空物流应用场景提供了新型协同方案,丰富了无人机-车辆协同调度的模式体系,同时为复杂地形下低空运输多模式协同路径优化提供了方法支撑与实证参考。

1 问题描述

接驳系统由一辆干线车辆与多架同质化无人机组成。车辆装载无人机从起始车场出发,途经若干接驳点完成全部配送与取货任务后,车辆回收所有无人机并抵达终点(终点通常设为物流转运中心,以保障货物后续长途运输衔接)。无人机访问每个客户有且仅有一次,客户均设有一个软时间窗口,即允许在时间窗之外进行服务,但需对服务延迟进行惩罚。此外,只要有效载荷和续航里程允许,无人机可以在一次飞行中服务多个客户,但必须以车辆为唯一发射与回收平台。

MCDVRPTW问题描述如图1所示,其包含起始车场 O 、终点 D 和若干客户需求点,每个客户通过预约确定取送货质量及期望的服务时间窗 $[E_j, L_j]$ 。其中集合 $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ 为接驳点位置,可通过密度聚类算法确定。无人机按车辆到达顺序依次完成每个客户聚类簇中的取送货任务,其作业过程需考虑无人机配重限制、能源消耗约束、时间窗限制和“同时取送货”服务模式,并以最小化整个配送网络的运输成本和时间窗惩罚成本为目标。由图2可知,无人机与车辆的协同过程属于串行模式,在车辆抵达接驳点后由无人机独立执行取送货任务,且二者调度任务和路线完全解耦。

2 数学模型

2.1 模型架构与假设

带时间窗的MCDVRPTW模型采用多阶段协同架构,其为无人机与车辆的协同配送系统设计了包括客户需求聚类、干线车辆线路设计、接驳式无人机路径决策的三阶段接驳协同机制,通过干线车辆线路设计与接驳式无人机路径决策的联动优化,实现车辆行驶路径、无人机接驳起降点选择、配送任务分配的全局最优调度。

在构建MCDVRPTW模型时,本文提出了一些合理化的假设来简化模型复杂度及提升模型与山区场景的适配性。

(1)所有无人机均采用同一型号,飞行速度恒定

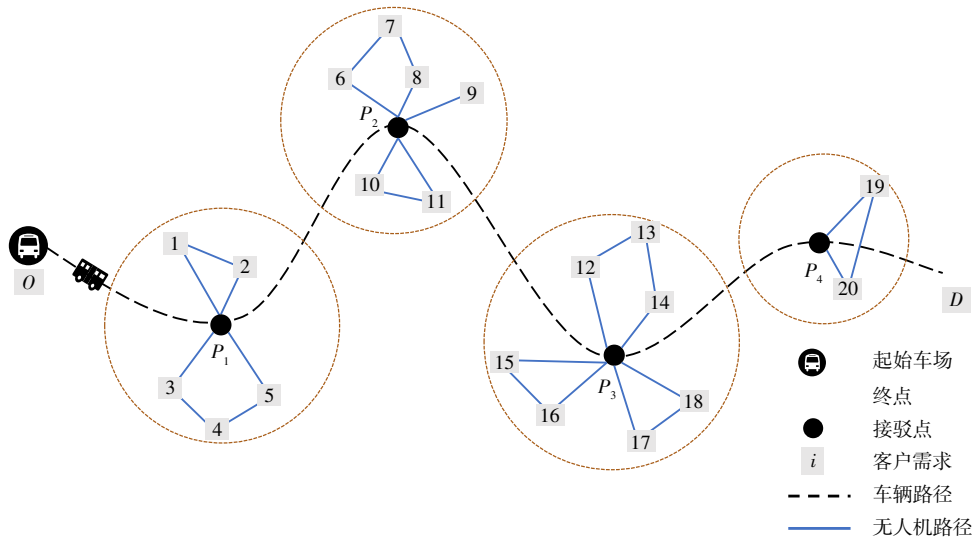


图1 MCDVRPTW 问题描述

Fig. 1 Description of MCDVRPTW problem

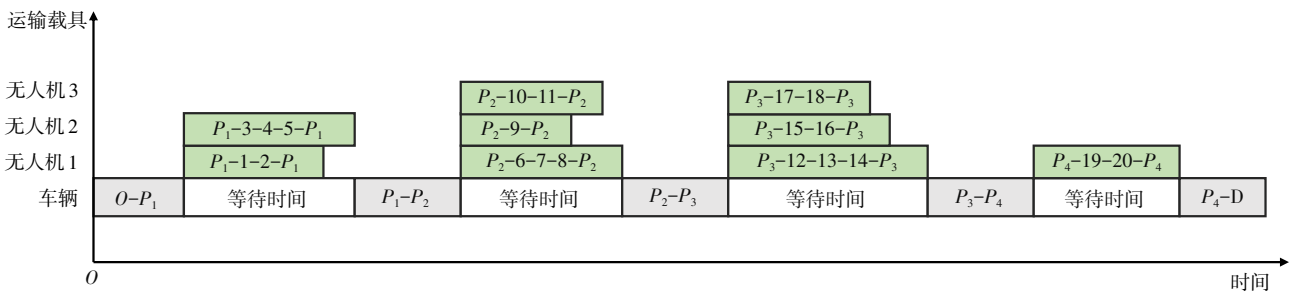


图2 无人机-车辆协同调度

Fig. 2 Collaborative schedule of drone-vehicle

且不考虑环境因素影响。

(2)无人机的续航里程不考虑有效载荷和飞行速度对功耗的影响。

(3)无人机可以携带多个包裹,即在其有效载荷允许范围内可访问多个客户。

(4)为便于构建和验证车辆与无人机的多阶段协作模型,无人机飞行路径聚焦于二维平面路由问题;无人机的飞行距离采用欧几里得距离计算,以近似低空飞行场景。

(5)车辆的行驶距离是接驳点之间的欧几里得距离,且无法直接服务于末端节点。

(6)无人机及装卸货的总质量不会超过车辆的承载能力。

(7)车辆在接驳点的等待时间窗需保证当前聚类簇中所有无人机均已返回接驳点。

2.2 基于自适应 DBSCAN 的需求聚类

第 1 阶段,首先对取送货需求位置进行聚类以确定干线车辆的接驳站点。所有需求数据均由客户预约确定并生成包含 n 个需求点坐标的数据集 $A =$

$\{(x_i, y_i) | 1 \leq i \leq n\}$ 。在山区环境下客户往往对运输的距离成本更敏感,在运输成本和服务准时性之间会更倾向于前者,因此考虑采用基于空间的聚类方法来得到聚类结果。

以往的研究通常使用 K -Means 聚类算法来产生分类结果,如 Zhang 等^[15]根据无人机特点提出的 K -Means++ 聚类方法。而对比 K -Means 聚类, DBSCAN 聚类算法能够根据点的空间分布密度动态调整聚类簇的数量^[18-21],在山区人口稀疏地区有更稳定的表现。本文根据山区需求分布特点提出一种自适应 DBSCAN 聚类算法,即利用数据集的分布特性生成候选参数列表,通过全局期望值计算以确定核心点邻域半径 E 和数据点阈值 M_{pts} 这 2 个参数的值^[21],避免了人为预设参数的影响。

首先定义数据集 A 的距离分布矩阵 $A_{ij} = \{W_{i,j} | 1 \leq i < j \leq n\}$ 。其中, i, j 均为需求点, i 与 j 之间的距离函数 $W_{i,j}$ 计算如下

$$W_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (1)$$

然后生成 E 的候选参数矩阵 $A_{\text{eps}} = \{\bar{A}_i | 1 \leq i < j \leq n\}$, 其中, \bar{A}_i 作为候选参数, 通过对矩阵 A_{ij} 第 i 列的元素组成 A_i 取平均值得到。然后根据式(2)对 A_{eps} 中的所有候选参数 \bar{A}_i 取数学期望得到数据集 A 的 E 参数

$$E = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{A}_i \quad (2)$$

式(3)表示对 A_{eps} 中的每一个候选 E 参数 \bar{A}_i 依次计算其邻域对象数量 N_i , 数据集的 M_{pts} 参数通过计算 N_i 的数学期望得到

$$M_{\text{pts}} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} N_i \quad (3)$$

2.3 干线车辆路径决策模型

路径优化的目标是最小化车辆与无人机的固定和运输成本以及时间窗惩罚的多目标决策, 其目标函数 F 可表示如下

$$\min F = F_v + F_u + F(t_j) \quad (4)$$

式中: F_v 、 F_u 、 $F(t_j)$ 分别为车辆总成本、无人机总成本和迟到惩罚成本, 其中 t_j 为辅助变量, 表示无人机到达需求点 j 的实际时间。

第2阶段需要确定干线车辆行驶的最优路径, 将其描述为包含1个发车点(起点车场)和1个终点, 以及 S 个聚类的接驳站点的车辆线路决策问题。定义点集合 $R = \{0, 1, 2, \dots, S, S+1\}$, 集合中起始车场编号为0; 接驳点按顺序依次编号为1、2、 \dots 、 S ; 终点编号为 $S+1$ 。

每个接驳点对应一个聚类簇中的 $n(R_s)$ 个需求点, 用 (x_i, y_i) 表示需求点坐标, 则每个接驳点的坐标表示为 (x_s, y_s) , 其中

$$x_s = \sum_{i=1}^{n(R_s)} x_i / n(R_s)$$

$$y_s = \sum_{i=1}^{n(R_s)} y_i / n(R_s)$$

每一个需求点 j 都有对应的服务时间窗 $[E_j, L_j]$, E_j 和 L_j 分别为需求点 j 的时间窗上限和下限; τ_s 和 ξ_s 分别为车辆到达接驳点 s 和离开接驳点 s 的准确时间, 则车辆在接驳点的等待时间表示为 $\xi_s - \tau_s$ 。

协同配送系统中, 车辆路径规划需满足接驳节点的服务时间范围限制以及与无人机调度的动态时间表匹配, 属于实时调度优化^[22]。其车辆路径决策以最小化车辆运输成本为目标, 表示如下

$$\min F_v = \sum_{s=0}^S \sum_{w=1}^{S+1} \varphi_{stw} d_{stw} r_{stw} \quad (5)$$

式中: r_{stw} 为0-1决策变量, 表示车辆是否从点 s 驶向点 w , 若是, 取值为1, 否则为0; φ_{stw} 为车辆单位运输成本; d_{stw} 为两点的欧氏距离。

式(6)、(7)表示车辆各站点均被访问且仅被访问一次; 式(8)表示货车到达一个站点完成服务后必须离开这个站点

$$\sum_{s=0}^S r_{stw} = 1 \quad (6)$$

$$\sum_{w=1}^{S+1} r_{stw} = 1 \quad (7)$$

$$\sum_{s=0}^S r_{stw} = \sum_{w=0}^S r_{stw} \quad (8)$$

式(9)表示车辆到达时间需要满足该接驳点的最早服务时间, 离开时间需要晚于无人机完成所有服务后返程的最晚时间, 且到达时间不早于离开时间; 式(10)表示车辆到达下一个站点的服务时间约束

$$\tau_s \leq \min \left(E_j - \frac{D_{0,j}}{v_d} \right) \leq \max \left(L_j + e_j + \frac{D_{j,0}}{v_d} \right) \leq \xi_s \quad (9)$$

$$\xi_s + \frac{d_{sw}}{v_c} - M(1 - r_{stw}) \leq \tau_w \quad s \neq w \quad (10)$$

式中: $D_{0,j}$ 为需求点0至点 j 的无人机飞行距离; v_d 为无人机飞行速度; v_c 为车辆行驶速度; e_j 为无人机的服务时间, 等于无人机在需求点 j 的起降时间与客户服务操作时间之和; M 为一个极大的正数。

2.4 接驳式无人机路径决策模型

第3阶段, 确定接驳式无人机调度策略。首先对于每一个聚类簇 R_s 定义需求点集 $H_{R_s} = \{0, 1, 2, \dots, n(R_s) + 1\}$; 无人机集合 $V = \{k | k = 1, \dots, m\}$ 。

当车辆到达接驳点 s 时, 无人机 k 需要从车辆起降台起飞, 遍历簇 R_s 内除噪声点外的所有取送货需求点并完成取货和送货任务后, 返回车辆位置并降落。

为最小化无人机总成本和时间窗惩罚, 无人机路径决策的目标函数 Z 为

$$Z = \min [F_u + F(t_j)]$$

无人机总成本由无人机启用成本、路径距离成本两部分组成, 具体表达如式下

$$\min F_u = \sum_{i \in H_{R_s}} \sum_{j \in H_{R_s}} \sum_{k \in V} c_{i,j} u_{i,j}^k D_{i,j} + \sum_{k \in V} \sum_{i \in H_{R_s}} c_k u_{0,i}^k \quad (11)$$

式中: $c_{i,j}$ 为无人机平均行程费用; $D_{i,j}$ 为需求点 i 到 j 的直线距离; c_k 为无人机 k 的启用成本; $u_{i,j}^k$ 为0-1决

策变量,表示无人机 k 是否从需求点 i 飞行至需求点 j ,若是,取值1,否则为0。

同时考虑到无人机送货的时效性,若无人机到达需求点 j 的时间晚于时间窗下限 L_j ,则对迟到情况进行惩罚;迟到惩罚成本 $F(t_j)$ 表示为

$$F(t_j) = \sum_{j=1}^{n(R_s)} \beta_j \max\{t_j - L_j, 0\} \quad (12)$$

式中: β_j 为迟到惩罚系数。

考虑无人机路径有效性、最大负载、最大规模、续航能力及服务时间窗限制,将模型约束构建如下

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i \in H_R} u_{i,j}^k = 1 \quad (13)$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{j \in H_R} u_{i,j}^k = 1 \quad (14)$$

$$\sum_{i=0}^{n(R_s)} u_{i,j}^k = 1 \quad j = n(R_s) + 1 \quad (15)$$

$$u_{i,j}^k = 0 \quad i = n(R_s) + 1 \quad (16)$$

$$u_{i,0}^k = 0 \quad (17)$$

无人机路径有效性约束如式(13)~(17)所示。其中,式(13)、(14)限制每一个乘客需求只能被一架无人机服务,式(15)~(17)表示无人机的起终点都必须是车辆接驳点。无人机的负载限制为

$$Q_{ik} \leq Q_{d,\max} + M \left(1 - \sum_{j=0}^{n(R_s)} u_{i,j}^k\right) \quad (18)$$

$$Q_{0k} = \sum_{i=1}^{n(R_s)} \sum_{j=0}^{n(R_s)+1} g_i u_{i,j}^k \leq Q_{d,\max} \quad (19)$$

$$Q_{0k} - g_j + q_j - Q_{jk} \leq M(1 - u_{0,j}^k) \quad (20)$$

$$Q_{ik} - g_j + q_j - Q_{jk} \leq M \left(1 - \sum_{k=1}^m u_{i,j}^k\right) \quad (21)$$

式中: Q_{ik} 为辅助变量,表示无人机 k 离开需求点 i 时的负载质量; $Q_{d,\max}$ 为无人机最大载重; m 为无人机最大规模; q_j 为无人机在需求点 $j \in H_R$ 的取货质量; g_i 为无人机在需求点 $i \in H_R$ 的送货质量。

式(18)约束无人机在任意需求点的负载均不超过最大负载限制,式(19)保证无人机离开车辆接驳点时的初始负载不超过最大负载,式(20)、(21)约束了无人机在整个路线上的负载限制。

式(22)保证无人机的调度数量不超过最大数量限制;式(23)表示无人机在取送货过程中的最大运输距离限制;式(24)表示无人机的访问时间限制,即在考虑时间窗的前提下,无人机到达下一需求点的时间应晚于离开上一需求点时间且满足无人机起降、服务和飞行时间需求

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^{n(R_s)} u_{0,i}^k \leq m \quad (22)$$

$$\sum_{i=0}^{n(R_s)+1} \sum_{j=0}^{n(R_s)+1} D_{i,j} u_{i,j}^k \leq D_{\max} \quad (23)$$

$$t_i + e_i + \frac{D_{i,j}}{v_d} - M(1 - u_{i,j}^k) \leq t_j \quad i \in H_R, j \in H_R, i \neq j, k \in V, s = 1, \dots, S \quad (24)$$

式中: D_{\max} 为无人机满负载时的最大续航里程。

3 模型求解

3.1 自适应DBSCAN聚类算法

自适应DBSCAN聚类算法可对数据集的最优参数进行自适应搜索,有效规避传统DBSCAN聚类算法需主观指定2个参数所带来的局限性^[19-21],在山区需求分散的场景下表现出更强的鲁棒性。

为验证该算法的聚类效果,本文基于山区场景构建需求案例开展测试。测试结果见图3,在未预设参数的条件下,自适应DBSCAN算法最终生成包含4个聚类簇与2个噪声点的聚类结果,验证了该算法的有效性。

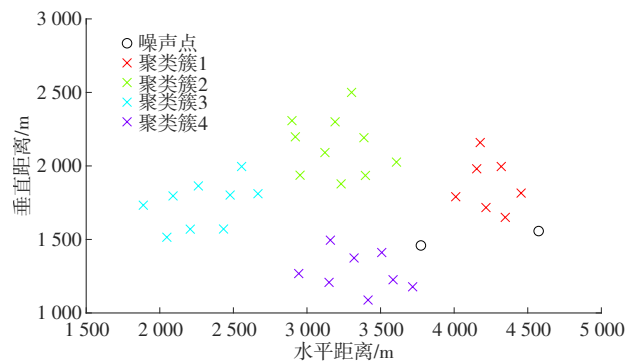


图3 自适应DBSCAN聚类结果

Fig. 3 Adaptive DBSCAN clustering results

通过自适应DBSCAN聚类确定车辆接驳点集合 $R = \{0, 1, 2, \dots, S, S + 1\}$ 和每个聚类簇集合 $H_R = \{0, 1, 2, \dots, n(R_s) + 1\}$ 后,需进一步求解干线车辆的最优路径。该路径优化问题虽然仅有1辆车,但仍需考虑与无人机的接驳时间协同,属于特殊的旅行商问题,考虑到模型复杂度,本文采用CPLEX商业求解器来得到车辆最优路线。

3.2 改进交叉邻域搜索的人工蜂群算法

第3阶段无人机接驳路线求解,需同时确定无人机的访问路径序列和到达每个取送货需求点的时间 t_j 。MCDVRPTW可以看作是VRP-D问题的变式,显然是NP难的。分别使用精确求解器和启发式算法的初步测试结果显示,当问题规模在10个取送

货需求以上时,启发式算法往往能更高效地求解出最优结果。于是提出一种基于人工蜂群算法(Artificial Bee Colony, ABC)的启发式框架。然而传统ABC算法在求解MCDVRPTW时收敛表现并不好,存在陷入局部最优解的情况^[23]。于是本文对ABC算法进行了改进,设计了一种交叉邻域搜索策略以提高其找到全局最优解的能力。

3.2.1 解编码设计

针对MCDVRPTW的特征设计如下解编码规则:设某聚类簇内需求点数量为 $n(R_s)$,则由 $n(R_s)$ 个 $1 \sim n(R_s)$ 之间的整数表示每个需求点,可行解中无人机使用数量等于规划路径的数量 N ,则单个解可由长度为 $n(R_s) + N + 1$ 的向量表示。其中,向量中包含 $N + 1$ 个“0”,分别用于标识每条无人机路径的起点与终点(即车辆接驳点)。编码示意图如图4。

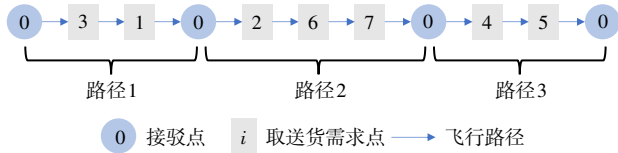


图4 编码示意图

Fig. 4 Schematic of coding

由图4可知,2个“0”之间的字符序列对应一条无人机的访问路径顺序。在该示例解中, $n(R_s) = 7, N = 3$,即解中有7个需求点、3条配送路径。路径1表示第一架无人机的飞行路径:车辆接驳点 $0 \rightarrow$ 需求点 $3 \rightarrow$ 需求点 $1 \rightarrow$ 车辆接驳点 0 。同理,解中的路径2、3表示另外2架无人机的飞行路径。

3.2.2 改进人工蜂群算法的邻域搜索机制

步骤1:雇佣蜂根据蜜源的适应值来选出候选蜜源^[21],其适应值 $f(\gamma_{id})$ 如下

$$f(\gamma_{id}) = 1/F_u(\gamma_{id}) \quad F_u(\gamma_{id}) \geq 0 \quad (25)$$

式中: $F_u(\gamma_{id})$ 为取得可行解(原蜜源) γ_{id} 时的MCDVRPTW模型成本。

邻域搜索中用随机邻域搜索式(26)生成候选蜜源

$$\eta_{id} = \gamma_{id} + r(-1, 1)(\gamma_{id} - \gamma_{jd}) \quad (26)$$

式中: η_{id} 为候选蜜源, d 为搜索空间的维度,通过随机实数 $r(-1, 1)$ 随机生成一个可行的邻域位置^[21]。

步骤2:跟随蜂根据贪婪法则选择更优蜜源,蜜源选择概率 $p_{\gamma_{id}}$ 的计算方式为

$$p_{\gamma_{id}} = \frac{f(\gamma_{id})}{\sum_{i=1}^{n(R_s)} f(\gamma_{id})} \quad (27)$$

步骤3:若邻域搜索已找到局部最优解且达到最

大搜索次数,则派出侦察蜂在解的邻域寻找新的蜜源^[21],计算如下

$$\eta_{id} = \gamma_{\min}^d + r(0, 1)(\gamma_{\max}^d - \gamma_{\min}^d) \quad (28)$$

式中: $\gamma_{\max}^d, \gamma_{\min}^d$ 分别为第 d 维变量的最大值和最小值。

考虑到MCDVRPTW问题解编码的特殊性及解空间维度 d 普遍偏高的特征,传统邻域搜索公式的寻优效果欠佳。为此,本文提出基于蜜源交叉操作的改进邻域生成算法。

步骤4:依据式(28)随机生成一个新蜜源 η_{id} ,然后根据蜜源的维度 d 生成2个随机数 $d_1, d_2 = r(1, d), d_1 \neq d_2$ 。

步骤5:依据式(29)对原蜜源 γ_{id} 与候选蜜源 η_{id} 进行交叉操作:剪切蜜源 γ_{id} 维度 $[d_1, d_2]$ 间的片段 δ_1 ,替换至蜜源 η_{id} 对应维度区间片段 δ_2 ,生成新蜜源 η'_{id} ,依据贪婪法则保留适应值更优的蜜源

$$\eta'_{id} = \eta_{id} \kappa_{\text{cross}}(\delta_1, \delta_2) \quad (29)$$

式中: $\kappa_{\text{cross}}(\delta_1, \delta_2)$ 为蜜源片段 δ_1 与 δ_2 的交叉函数。

通过随机选取交叉维度区间,有效保证了蜜源多样性,扩大了算法搜索范围,进而提升了全局最优解的搜索准确性。

4 案例分析

4.1 案例设置

选取云南省广南县(山区、半山区占全县总面积94.7%)作为研究场景,该区域最高海拔2 035 m。根据2024年云南省邮政行业发展统计公报及实地调研数据,其农村邮政每周平均投递4次,村级单元快递需求量约 $5 \sim 33$ 单 $\cdot d^{-1}$ 。为验证模型和算法在不同需求规模下的稳定性,设置了12组不同规模的实例,具体分为5(小规模)、8(较小规模)、20(单村落中等规模)、33(多村落中等规模)、50(较大规模)、80单(大规模)等6个梯度。以路网两端的交通集散点作为车辆起终点,客户位置沿村落中心随机生成,如图5所示。

案例时间窗的生成过程参照文献[24]采取以下步骤。①时间窗宽度选取,选取 $T_w = 60$ min表示每个客户需求允许服务的时间区间宽度。②确定时间窗中心,通常在实际运营中由客户预约确定其期望的服务时间中点。为满足干线车辆的服务时序约束,分别用 T_{upper} 和 T_{lower} 表示系统在各接驳点区域的服务时间上界和下界,则接驳点集合 S 中各需求点的时间窗中心在 $[T_{\text{upper}} + T_w/2, T_{\text{lower}} - T_w/2]$ 之间随

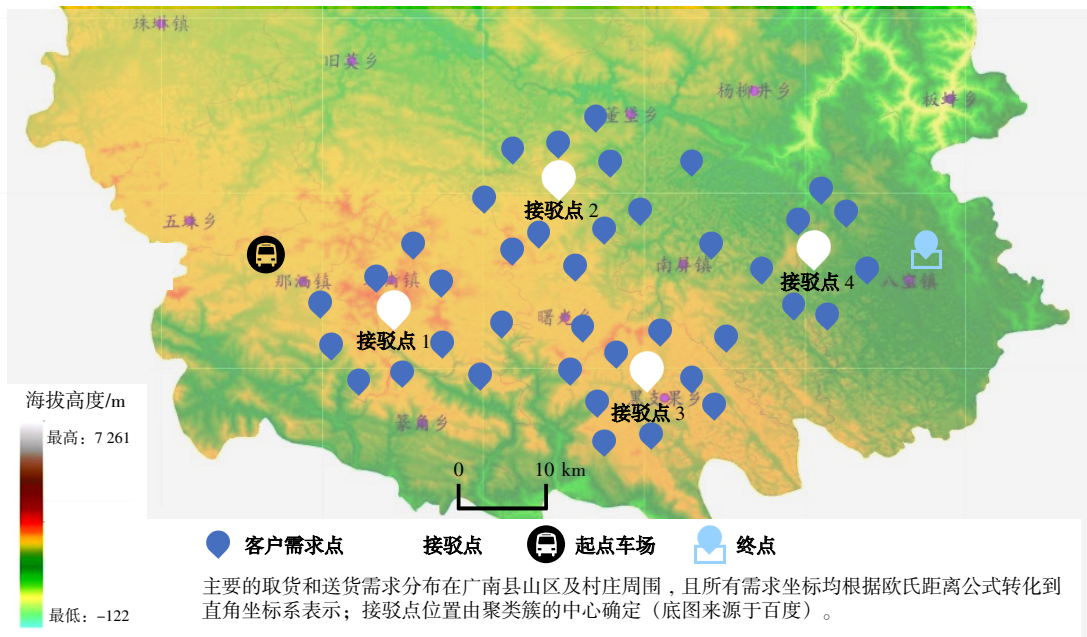


图5 实例设置

Fig. 5 Example settings

机选取。③生成时间窗边界,以时间窗中心为中点,向前后各扩展 $T_w/2$,得到客户 j 的软时间窗 $[E_j, L_j]$ 。

模型参数参照文献和调研数据设置:无人机最大负载设为 5 kg ^[24];无人机速度设为 $40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ^[25];车辆速度取乡村道路均值为 $30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$;无人机启用成本设为 $15 \text{ 元} \cdot \text{架次}^{-1}$;无人机单位距离成本设为 $1 \text{ 元} \cdot \text{km}^{-1}$ ^[15];车辆单位距离成本设为 $5 \text{ 元} \cdot \text{km}^{-1}$ ^[15];无人机最大飞行距离设为 20 km ^[4];给每个客户配送的平均服务时间设为 3 min ^[26];此外,由于不同场景对时效性的容忍度存在显著差异,迟到惩罚系数取值需兼顾服务时效要求与运营成本之间的平衡,结合部分对时效高敏感的快递场景,初步设定该系数为 15,并在第 4.3.3 节中进一步分析其对系统性能的影响。算例在配置为 Intel(R) Core(TM) i7-9750H CPU@2.60 GHz, 16 GB RAM 的计算机上,通过 MATLAB 调用 CPLEX 求解器及编程实现改进人工蜂群算法求解。

4.2 求解结果分析

4.2.1 算法性能

对第 4.1 节设置的 12 组具有不同需求规模与空间分布的测试算例,分别使用 CPLEX 求解器和改进交叉邻域搜索的人工蜂群算法进行求解,每组算例结果均取 5 次重复试验的平均值。CPLEX 求解器最大运行时间设为 1200 s,超过该时间则终止求解。表 1 分别从综合成本、无人机使用数量和运行时间 3 个维度,比较了 2 种方法的性能表现。

如图 6 所示,结果表明,2 种方法在不同需求规模下的求解效果具有明显差异,尤其在大规模案例中 CPLEX 难以在时限内获得可行解。如图 6(a),随着需求增至较大规模,改进 ABC 算法的综合成本较 CPLEX 降低 $1.4\% \sim 4.3\%$;图 6(b)显示,随着需求规模增至 20~50,改进 ABC 算法求解时间较 CPLEX 减少 $64.4\% \sim 91.8\%$ 。由此可知,CPLEX 虽可在小规模问题中快速获取高质量解,但随着问题规模扩大,其求解成本与时间显著上升,甚至无法收敛。相比之下,融入交叉邻域搜索策略的改进 ABC 算法在大规模场景中表现出更优的求解速度与稳定性。

自适应大邻域搜索算法(Adaptive Large Neighborhood Search, ALNS)在求解带 VRP-D 中表现出良好的求解效果^[27-28]。为验证本文所提算法相较于其他启发式方法的综合性能,研究选取 ALNS 作为基准对比算法之一。在相同试验环境下,分别采用 ALNS(参照文献[28]进行算法配置)、ABC 以及本文提出的改进 ABC 算法,对选取的 6 个不同规模测试案例分别进行 5 次独立求解,记录其平均目标函数值及平均计算时间,具体结果如表 2 所示。试验结果表明,引入改进交叉邻域搜索机制的 ABC 算法在所有测试案例中均取得最优解,展现出最佳的综合求解性能。尽管传统 ABC 算法在部分案例中收敛较快,但其所得解与改进 ABC 算法之间仍存在显著差距。ALNS 算法在求解质量上优于

表1 改进ABC算法与CPLEX对比结果

Table 1 Comparison results between improved ABC algorithm and CPLEX

| 算例 | | CPLEX | | | 改进ABC算法 | | | 百分比差值/% | | |
|-------|------|-------|-------|--------|---------|-------|--------|---------|-------|-------|
| ID | 需求规模 | 成本/元 | 无人机数量 | 运行时间/s | 成本/元 | 无人机数量 | 运行时间/s | 成本差值 | 数量差值 | 时间差值 |
| IS-1 | 5 | 230.0 | 1 | 4.5 | 230.0 | 1 | 6.9 | 0.0 | 0.0 | 53.3 |
| IS-2 | 5 | 232.0 | 2 | 4.8 | 232.0 | 2 | 6.8 | 0.0 | 0.0 | 41.7 |
| IS-3 | 8 | 250.8 | 2 | 11.6 | 250.8 | 2 | 13.8 | 0.0 | 0.0 | 19.0 |
| IS-4 | 8 | 258.9 | 2 | 11.9 | 258.9 | 2 | 14.0 | 0.0 | 0.0 | 17.6 |
| IS-5 | 20 | 434.0 | 3 | 153.4 | 425.2 | 3 | 54.6 | -1.4 | 0.0 | -64.4 |
| IS-6 | 20 | 439.5 | 3 | 156.2 | 428.6 | 3 | 55.2 | -2.5 | 0.0 | -64.7 |
| IS-7 | 33 | 568.6 | 4 | 415.1 | 553.5 | 4 | 68.9 | -2.1 | 0.0 | -83.4 |
| IS-8 | 33 | 570.0 | 4 | 420.4 | 561.8 | 4 | 66.3 | -1.4 | 0.0 | -84.2 |
| IS-9 | 50 | 794.2 | 5 | 980.2 | 760.0 | 5 | 80.6 | -4.3 | 0.0 | -91.8 |
| IS-10 | 50 | 800.7 | 6 | 994.9 | 768.5 | 5 | 82.4 | -4.0 | -16.7 | -91.7 |
| IS-11 | 80 | | | | 923.2 | 6 | 97.2 | | | |
| IS-12 | 80 | | | | 937.4 | 7 | 97.5 | | | |

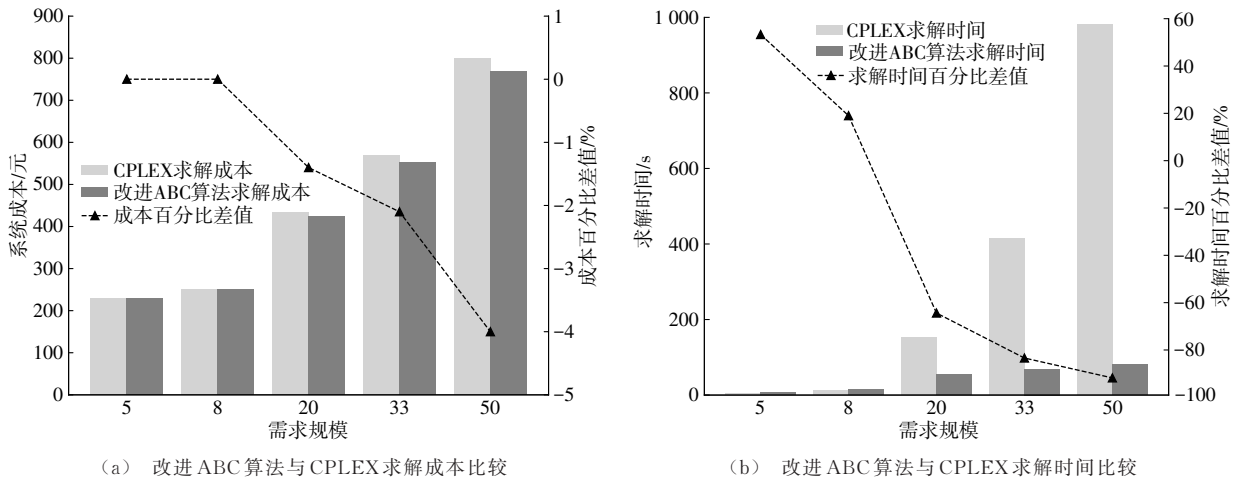


图6 改进ABC算法与CPLEX求解结果比较

Fig. 6 Comparison of solution results between improved ABC algorithm and CPLEX

表2 其他启发式算法对比结果

Table 2 Comparison results of other heuristic algorithms

| 算例 | | 改进ABC算法 | | ABC算法 | | ALNS算法 | |
|-------|------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ID | 需求规模 | 系统成本/元 | 运行时间/s | 系统成本/元 | 运行时间/s | 系统成本/元 | 运行时间/s |
| IS-1 | 5 | 230.0 | 6.9 | 230.0 | 7.2 | 230.0 | 10.3 |
| IS-3 | 8 | 250.8 | 13.8 | 252.5 | 14.0 | 250.8 | 16.5 |
| IS-5 | 20 | 425.2 | 54.6 | 454.0 | 57.5 | 427.1 | 75.3 |
| IS-7 | 33 | 553.5 | 68.9 | 589.4 | 67.6 | 558.3 | 92.8 |
| IS-9 | 50 | 760.0 | 80.6 | 795.0 | 84.4 | 764.5 | 149.4 |
| IS-11 | 80 | 923.2 | 97.2 | 981.0 | 94.1 | 935.0 | 198.0 |

传统ABC,但其计算耗时普遍较长。这主要由于在解空间高度离散的VRP-D问题中,ALNS难以在有限迭代内快速定位最优解,从而影响了搜索效率。

4.2.2 MCDVRPTW 模型效能

图7展示了案例IS-7中车辆与无人机的协同调度时间表。结果表明,车辆行驶时间显著低于无人机总飞行时间,且无人机与车辆的调度过程实现完

全解耦。相较于传统配送模式,接驳式协同策略允许许多架无人机并行执行任务,有效提升了整体运输效率;此外,无人机在完成服务后能够及时被车辆回收,有效降低了因等待车辆而产生的滞空能耗与时间成本。

同时利用MATLAB生成了如图8所示的无人机-车辆协同路径决策结果(案例IS-7),以验证协同

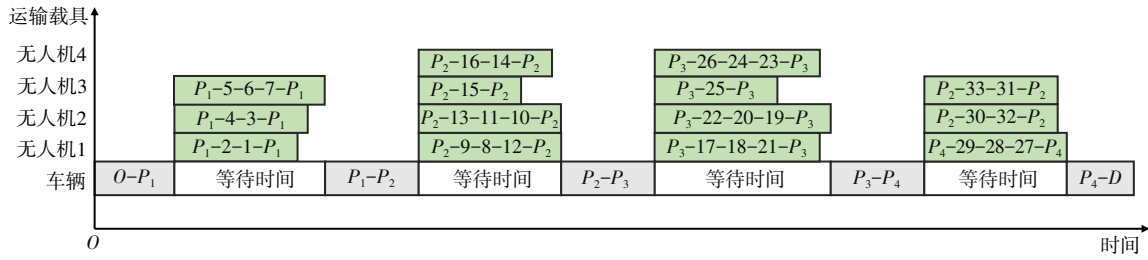


图 7 案例 IS-7 协作时间表

Fig. 7 Collaborative schedule of case IS-7

路径决策模型的有效性。结果显示,当车辆按一定顺序依次访问各接驳点时,各聚类簇内的需求点均得到了无人机配送服务。具体而言,图 8 中共规划无人机接驳路径 14 条,每个接驳点启用的无人机数量均不超过 4 架,且单次无人机访问的需求点数量控制在 1~3 个之间,印证了模型对无人机规模的优化能力和对无人机续航里程的有效约束。

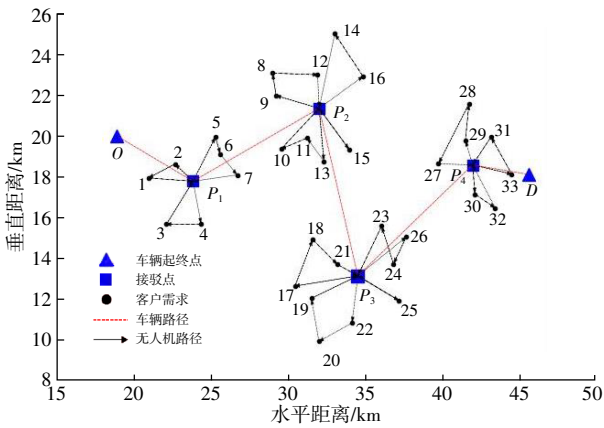


图 8 案例 IS-7 求解路线

Fig. 8 Solution routes of case IS-7

无人机-车辆协同调度模型的成本效益直接影响其在山区环境下的适应性与可行性。为系统评估模型性能,本文在同一场景与参数设置下,对带时间窗的 MCDVRPTW、FSTSP 及 MTSP-D 模型分别设计数值试验求解(后两者基准模型分别参照文献[4]、[5])。在不同客户规模下取 5 次求解结果均值。

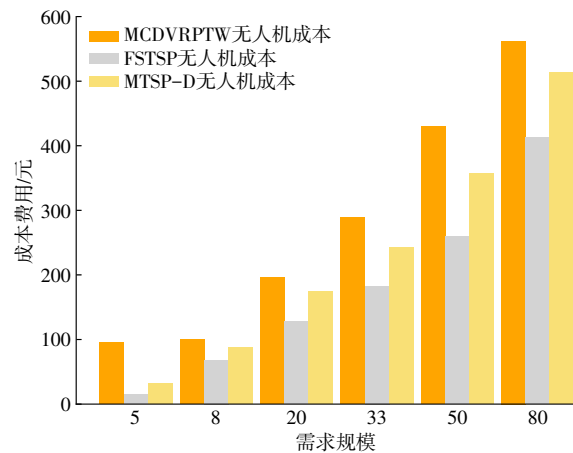
模型总成本对比结果如表 3 所示,MCDVRPTW 模型在需求规模大于 5 的情况下均取得了最低的系统总成本,且随着需求规模的增加其成本优势越明显。

表 3 模型总成本对比

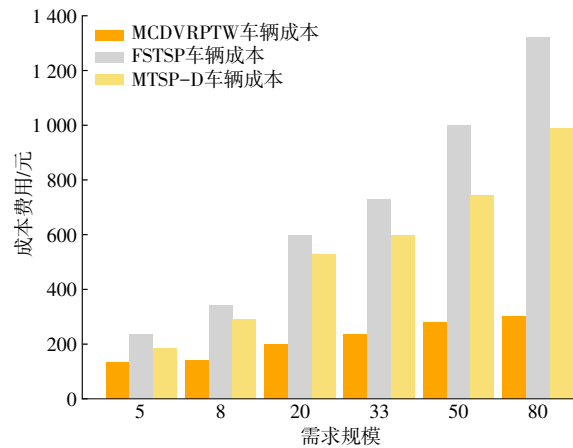
Table 3 Comparison of total model costs 元

| 需求规模 | 5 | 8 | 20 | 33 | 50 | 80 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-------|-------|
| MCDVRPTW | 230 | 251 | 425 | 554 | 758 | 923 |
| FSTSP | 250 | 411 | 725 | 914 | 1 258 | 1 733 |
| MTSP-D | 216 | 378 | 704 | 840 | 1 102 | 1 501 |

无人机及车辆成本结构对比如图 9 所示。在车辆成本方面,MCDVRPTW 模型的降幅最为显著,至多达 75.7%,显著优于 FSTSP 与 MTSP-D 模型;在无人机成本方面,MCDVRPTW 模型的无人机成本相对高于其他 2 种模型,增幅为 14.7%~66.2%。造成上述差异的根本原因在于模型协同机制不同:FSTSP 模型仅支持单无人机与车辆协同,且车辆承担更多配送任务,因而无人机成本较低;而 MCDVRPTW 模型中所有客户需求均由接驳无人



(a) 无人机成本对比



(b) 车辆成本对比

图 9 模型成本结构对比

Fig. 9 Comparison of model cost structure

机直接完成,车辆仅作为移动接驳平台使用,虽导致无人机成本上升,但由于车辆成本的大幅降低,系统总成本仍实现整体优化。综合来看,在山区场景中MCDVRPTW模型在总成本控制与场景适应性方面表现最优。

4.3 灵敏度分析

4.3.1 需求规模对成本的影响

为探究需求规模对系统成本的作用机制,图10展示了不同规模下的成本结构变化,其中无人机成本包括无人机启用的固定成本和可变运输成本之和。结果表明,在需求规模低于20时,车辆成本略高于无人机成本;随着需求规模从8增至20,无人机成本的绝对增量与相对增幅均显著高于车辆成本。这一现象可归因于在MCDVRPTW模型中,主要取送任务由无人机承担,因此车辆成本并未随需求规模线性增长。同时,迟到惩罚成本呈现缓慢的非线性增长,这说明时间窗约束带来的额外成本被模型有效内化,未出现因惩罚成本激增而导致的系统成本效益结构失衡,证明了调度策略的稳定性。

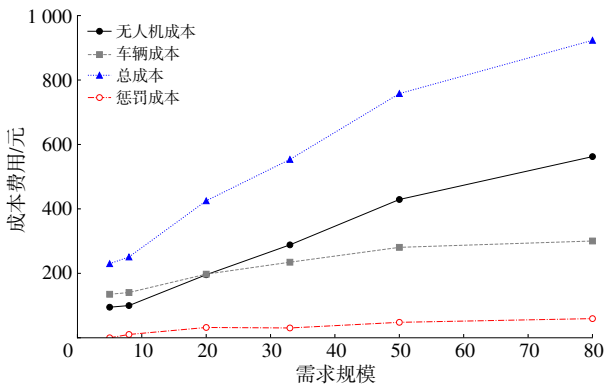
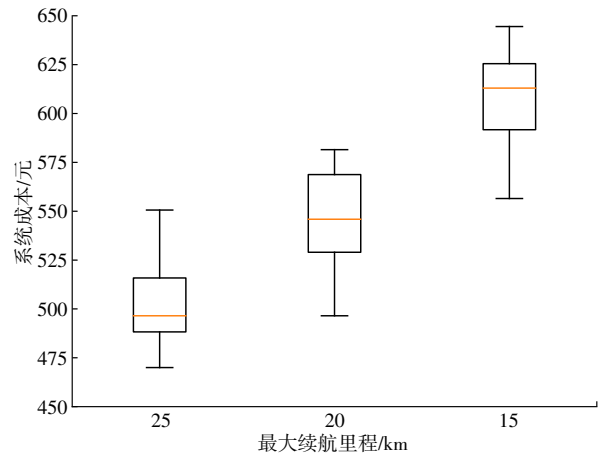


图10 需求规模对成本的影响
Fig. 10 Impact of demand scale on cost

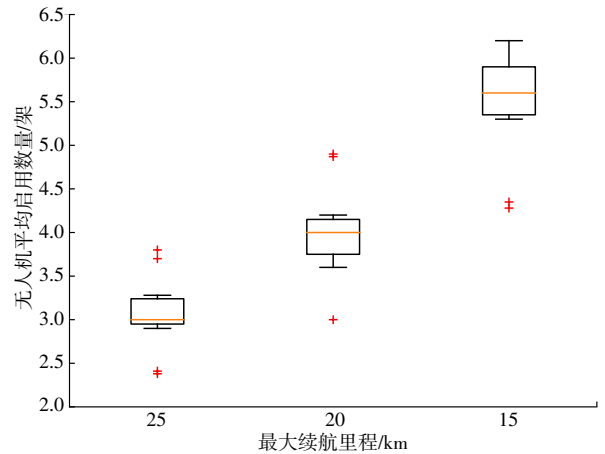
4.3.2 续航里程对成本的影响

无人机续航里程是决定其配送能力的关键约束条件之一,已有研究^[4,9,28]探讨了无人机续航与载重、配送时间及飞行速度之间的耦合关系。为评估续航里程对配送成本的影响,本文依据文献[4]和大疆企业最新无人机数据,将续航里程划分为15、20、25 km三个梯度展开灵敏度分析。在不同续航梯度、相同试验条件下对案例IS-7分别进行50次重复运算,试验结果如图11所示。

从图11(a)可以看出,在包含33个客户需求的实例中,随着无人机续航能力的提升,系统总成本呈逐步下降趋势,且在高续航条件下系统成本表现出更好的鲁棒性。与此同时,图11(b)表明,随着续航



(a) 续航里程对系统成本的影响



(b) 续航里程对无人机规模的影响

图11 案例IS-7中续航里程灵敏度分析

Fig. 11 Sensitivity analysis of flight range in case IS-7

里程的增加,平均启用的无人机数量显著减少。上述结果表明,在MCDVRPTW模型中,无人机续航能力对解的质量具有直接影响,同时也验证了在本文所提出的接驳协同模式下,提升无人机续航是降低系统运营成本的有效技术途径之一。

4.3.3 时间窗参数的影响

迟到惩罚系数会对系统成本产生直接的影响,其数值的设定直接决定了系统在“运营成本”和“服务水平(准时性)”之间的权衡策略;时间窗宽度也是影响系统灵活性和经济性的核心参数之一。

为探究山区场景下的时间窗参数对系统成本的影响机制,以案例IS-7为基准场景,对迟到惩罚系数 β_l 与时间窗宽度 T_w 两项关键参数展开灵敏度分析。控制其他参数不变,通过系统地调整 β_l 与 T_w 的取值,对各参数组合进行10次独立测试,取平均结果进行分析。总成本及其构成的变化如图12所示。

如图12(a)所示,随着惩罚系数的增加,无人机

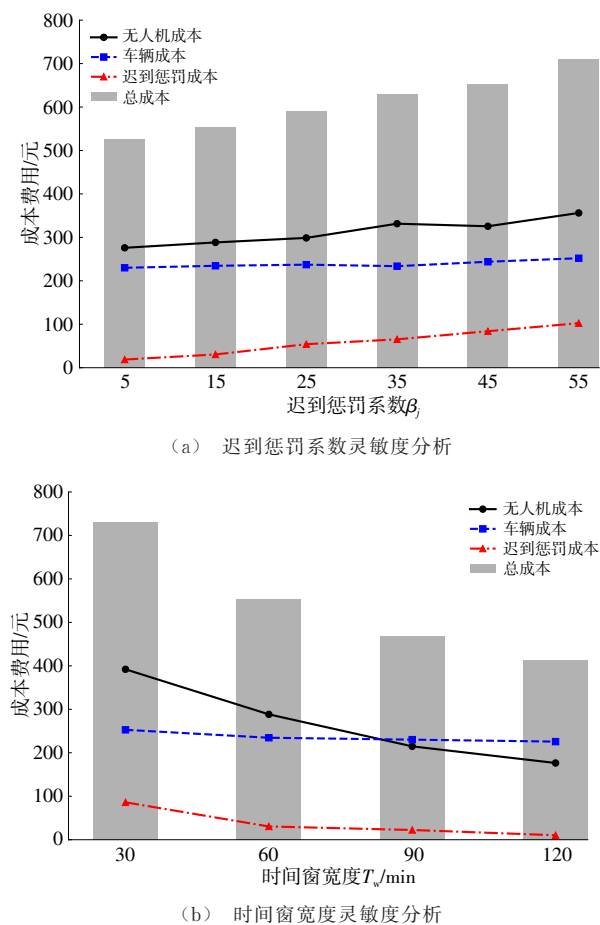


图 12 时间窗关键参数灵敏度分析

Fig. 12 Sensitivity analysis of key time window parameters

成本和惩罚成本均呈增长趋势,反映出模型对惩罚系数具有较强的敏感性。当惩罚系数较低时,系统倾向于接受一定的服务延迟以降低运输成本。随着惩罚系数增大,无人机运输成本呈波动上升趋势,此时系统为避免过高惩罚,优先满足时间窗约束,倾向于牺牲无人机成本效益。所以,过高的惩罚系数将迫使系统以经济效率为代价追求绝对准时性。

如图 12(b)所示,系统总成本、无人机成本和惩罚成本均随着时间窗宽度的增大而递减。当时间窗宽度 T_w 较窄(如 30 min)时,系统极易产生时间窗违约(迟到),导致惩罚成本增加。随着时间窗宽度 T_w 增加,无人机运输成本显著降低,表明宽松时间窗策略下无人机路径规划具备更高的灵活性。同时因服务延迟概率下降,惩罚成本也迅速减少。车辆成本对于时间窗参数变化不敏感,反映出所构建的 MCDVRPTW 模型在车辆调度与成本控制方面的有效性。

上述分析结果表明,模型对时间窗关键参数具有良好的鲁棒性。 β_j 与 T_w 分别体现了不同管理策

略下对惩罚力度和服务时效性的权衡,为实际配送中时间窗参数的设定和运营策略的优化提供了理论依据。

5 结 语

(1)基于实例的对比试验结果表明,与经典无人机-车辆协同模型相比,MCDVRPTW 模型表现出更优的经济效益,特别是在车辆成本控制上具备良好的表现;此外,数值试验结果进一步验证了改进交叉邻域搜索的 ABC 算法在求解质量和求解速度方面的优越性。

(2)山区环境下 MCDVRPTW 模型具备良好的场景适应性和规模适应性,其主要原因在于无人机在接驳系统中具有高度灵活性和显著的边际成本优势,有效弥补了车辆可达性不足及大规模地空协同配送中成本过高的问题。

(3)灵敏度分析结果表明,无人机续航能力、时间窗宽度与时间窗惩罚系数是影响系统成本的关键因素。其中,时间窗惩罚系数能体现系统对运营成本与服务水平的衡量,设置过高的惩罚系数将显著提升系统成本;在山区环境中采取宽松时间窗策略以及提高无人机续航能力,均能有效提升配送方案的经济性与可行性。

(4)本文构建的多阶段协同路径优化模型为山区低空物流系统建设提供了一种高可行性与经济性的解决方案。但在本研究中尚未充分考虑高原山地三维空间特征对无人机路径规划的影响,未来将引入三维空间约束,进而构建考虑山区三维环境特征与动态接驳点选择的无人机协同路径优化模型,进一步拓展研究的应用价值。

参考文献:

Reference:

[1] CHOUDHURY S, SOLOVEY K, KOCHENDERFER M J, et al. Efficient large-scale multi-drone delivery using transit networks[J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 2021, 70: 757-788.

[2] SHE R F, OUYANG Y F. Efficiency of UAV-based last-mile delivery under congestion in low-altitude air[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2021, 122: 102878.

[3] SHE R F, OUYANG Y F. Hybrid truck-drone delivery under aerial traffic congestion[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2024, 185: 102970.

[4] MURRAY C C, CHU A G. The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel

- delivery[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2015, 54: 86-109.
- [5] KITJACHAROENCHAI P, VENTRESCA M, MOSHREF-JAVADI M, et al. Multiple traveling salesman problem with drones: Mathematical model and heuristic approach[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2019, 129: 14-30.
- [6] LUO Z H, POON M, ZHANG Z Z, et al. The multi-visit traveling salesman problem with multi-drones[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2021, 128: 103172.
- [7] YIN Y Q, YANG Y J, YU Y G, et al. Robust vehicle routing with drones under uncertain demands and truck travel times in humanitarian logistics[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2023, 174: 102781.
- [8] NGUYEN M A, HÀ M H. The parallel drone scheduling traveling salesman problem with collective drones[J]. *Transportation Science*, 2023, 57(4): 866-888.
- [9] JUNG S. MILP-based cost and time-competitive vehicle routing problem for last-mile delivery service using a swarm of UAVs and UGVs[J]. *Journal of Air Transport Management*, 2025, 124: 102736.
- [10] AGATZ N, BOUMAN P, SCHMIDT M. Optimization approaches for the traveling salesman problem with drone[J]. *Transportation Science*, 2018, 52(4): 965-981.
- [11] BOUMAN P, AGATZ N, SCHMIDT M. Dynamic programming approaches for the traveling salesman problem with drone[J]. *Networks*, 2018, 72(4): 528-542.
- [12] THOMAS T, SRINIVAS S, RAJENDRAN C. Collaborative truck multi-drone delivery system considering drone scheduling and en route operations[J]. *Annals of Operations Research*, 2024, 339(1): 693-739.
- [13] XIONG H, LEI D, LI M. Multi-objective traveling salesman problem with drone: imperialist competitive algorithm [C]// CPS-CD. *Proceedings of the 34th China Conference on Control and Decision (1)*. Beijing: CPS-CD, 2022: 148-153.
- [14] ROBERTI R, RUTHMAIR M. Exact methods for the traveling salesman problem with drone[J]. *Transportation Science*, 2021, 55(2): 315-335.
- [15] ZHANG S, LI L. The multi-visits drone-vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery service[J]. *Journal of the Operations Research Society of China*, 2024, 12(4): 965-995.
- [16] MENG S S, LI D, LIU J Y, et al. The multi-visit drone-assisted routing problem with soft time windows and stochastic truck travel times[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2024, 190: 103101.
- [17] OSORIO J, OUYANG YF. To ride or to fly: Optimal freight-on-transit operations using drones [J]. *Transportation Research Part E*, 2025, 201: 104231-104231.
- [18] 万 佳,胡大裘,蒋玉明. 多密度自适应确定 DBSCAN 算法参数的算法研究[J]. *计算机工程与应用*, 2022, 58(2): 78-85.
- WAN Jia, HU Da-sha, JIANG Yu-ming. Research on method of multi-density self-adaptive determination of DBSCAN algorithm parameters [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2022, 58(2): 78-85.
- [19] BÍRÓ P, KOVÁCS B B H, NOVÁK T, et al. Cluster parameter-based DBSCAN maps for image characterization [J]. *Computational and Structural Biotechnology Journal*, 2025, 27: 920-927.
- [20] KIM J, LEE H, KO Y M. Constrained Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise (DBSCAN) using hyperparameter optimization [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2024, 303: 112436.
- [21] 邓钦原. 考虑需求集中程度的需求响应公交调度优化研究 [D]. 广州:华南理工大学, 2021.
- DENG Qin-yuan. Research on demand responsive transit scheduling optimization considering demand concentration [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2021.
- [22] 包丹文,陈 卓,姚馨宇,等. 基于混合策略的机坪车辆主动式实时调度方法 [J]. *交通运输工程学报*, 2024, 24(3): 251-265.
- BAO Dan-wen, CHEN Zhuo, YAO Xin-yu, et al. Pro-active real-time scheduling approach of apron vehicles based on mixed strategy[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2024, 24(3): 251-265.
- [23] 熊 慧,葛邦鲁,刘近贞,等. 用于多无人机协同路径规划的改进黏菌蜂群算法[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2025, 59(8): 1698-1707, 1717.
- XIONG Hui, GE Bang-lu, LIU Jin-zhen, et al. Improved slime mould bee colony algorithm for multi-UAVs cooperative path planning[J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2025, 59(8): 1698-1707, 1717.
- [24] KUO R J, LU S H, LAI P Y, et al. Vehicle routing problem with drones considering time windows[J]. *Expert Systems with Applications*, 2022, 191: 116264.
- [25] NGUYEN M A, DANG G T, HÀ M H, et al. The Min-cost parallel drone scheduling vehicle routing problem[J]. *European Journal of Operational Research*, 2022, 299(3): 910-930.
- [26] COINDREAU M A, GALLAY O, ZUFFEREY N. Parcel delivery cost minimization with time window constraints using trucks and drones[J]. *Networks*, 2021, 78(4): 400-420.
- [27] LIU Y, SHI J M, LUO Z H, et al. Cooperated truck-drone routing with drone energy consumption and time windows[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2024, 25(12): 20390-20404.
- [28] SACRAMENTO D, PISINGER D, ROPKE S. An adaptive large neighborhood search metaheuristic for the vehicle routing problem with drones[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2019, 102: 289-315.