

文章编号:1671-1637(2026)03-0276-15

面向智慧城市管理巡查的可靠性无人机机巢 选址优化方法

高峰^{1,2}, 于滨^{*1,2}

(1. 北京航空航天大学交通科学与工程学院, 北京 102206; 2. 北京航空航天大学智能交通技术与系统教育部重点实验室, 北京 102206)

摘要:为实现基于固定机巢的城管事件无人机自动巡查,降低机巢和无人机失效对效率与稳定性的影响,研究了基于多层级备援机制的固定机巢可靠性选址-分配问题;考虑任务点差异化巡查频率和固定机巢服务半径约束,构建了以机巢建设与运行总成本最小为目标的混合整数规划模型;提出基于拉格朗日松弛的混合算法,通过松弛选址-分配耦合约束,将原问题分解为机巢选址与多层级任务分配2个子问题精确求解以获得紧下界,设计覆盖增益驱动的选址修复算法生成可行上界,提出了基于邻域搜索的上界改进算法以加速收敛。研究结果表明:在小、中规模算例上,所提算法相较Gurobi求解器计算时间缩短57.56%~88.86%,大规模问题亦可在较短时间内给出高质量解;多层级冗余显著降低系统成本,以大连市中山区为例,3层冗余配置将总成本从72.36万元降至43.72万元,降幅约为39.59%,配置3层以上冗余机巢的边际收益显著减弱;随着机巢服务半径增大,总成本与建设成本先下降后趋于稳定,巡查成本基本不变;机巢采购单价与总成本、建设成本、巡检成本及人工巡检成本呈正相关,与机巢数量呈负相关;无人机单位飞行价格与总成本、建设成本和巡检成本近线性正相关,对人工巡检成本影响不显著。

关键词:低空交通;机巢选址;混合整数规划;城市管理巡查;无人机;拉格朗日松弛

中图分类号:U8 文献标志码:A DOI:10.19818/j.cnki.1671-1637.2026.157

Reliability-oriented unmanned aerial vehicle nest location optimization method for smart city management inspection

GAO Feng^{1,2}, YU Bin^{*1,2}

(1. School of Transportation Science and Engineering, Beihang University, Beijing 102206, China; 2. Key Laboratory of Intelligent Transportation Technology and System, Ministry of Education, Beihang University, Beijing 102206, China)

Abstract: To enable automatic inspection by unmanned aerial vehicles for urban management events based on fixed nests and to mitigate the impact of nest and unmanned aerial vehicle failures on efficiency and stability, the reliability-oriented fixed nest location-allocation problem with multi-level backup mechanisms was investigated. The differentiated inspection frequencies of task points and service radius constraints of fixed nests were considered, and a mixed integer programming model was

出版历程:2025-08-30 收稿,2025-12-02 修回,2026-01-22 录用

基金项目:教育部基础学科和交叉学科突破计划(JYB2025XDXM104);四川省自然科学基金项目(2025ZNSFSC0394)

作者简介:高峰(1998-),男,四川江油人,工学博士研究生,Email:feng_gao@buaa.edu.cn。

*通信作者:于滨(1977-),男,黑龙江齐齐哈尔人,教授,博士生导师,工学博士,Email:yubinyb@buaa.edu.cn。

引用格式:高峰,于滨.面向智慧城市管理巡查的可靠性无人机机巢选址优化方法[J].交通运输工程学报,2026,26(3):276-290.

Citation: GAO Feng, YU Bin. Reliability-oriented unmanned aerial vehicle nest location optimization method for smart city management inspection[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2026, 26(3): 276-290.

formulated with the objective of minimizing the total cost of nest construction and operation. A hybrid algorithm based on Lagrangian relaxation was proposed. The original problem was decomposed into two subproblems, i. e., nest location and multi-level task allocation, by relaxing the location-allocation coupling constraints, and they were solved exactly to obtain a tight lower bound. A coverage gain-driven location repair algorithm was designed to generate feasible upper bounds. An upper bound improvement algorithm based on neighborhood search was proposed to accelerate convergence. Research results show that, for small-scale and medium-scale instances, the proposed algorithm reduces computation time by 57.56% - 88.86% compared with Gurobi, while producing high-quality solutions for large-scale cases within short runtimes. Multi-level redundancy significantly reduces system costs. In the case of Zhongshan District of Dalian, the three-level redundancy configuration reduces the total cost from 723 600 CNY to 437 200 CNY, a reduction of approximately 39.59%. The marginal benefits of configuring nests with more than three levels of redundancy diminish significantly. As the nest service radius increases, total and construction costs decline and then stabilize, with inspection costs remaining nearly unchanged. Unit cost of nest procurement is positively correlated with total, construction, inspection, and manual inspection costs and negatively correlated with the number of nests. Unmanned aerial vehicle unit flight cost shows a near-linear positive correlation with total, construction, and inspection costs but has no significant impact on manual inspection cost.

Keywords: low-altitude traffic; nest location; mixed integer programming; urban management inspection; unmanned aerial vehicle; Lagrangian relaxation

Publication history: Received 2025-08-30; Received in revised form 2025-12-02; Accepted 2026-01-22

Funding: Fundamental and Interdisciplinary Disciplines Breakthrough Plan of the Ministry of Education of China (JYB2025XDXM104); Natural Science Foundation of Sichuan Province (2025ZNSFSC0394)

* **Corresponding author:** YU Bin, professor, PhD, E-mail: yubinyb@buaa.edu.cn.

0 引言

城市管理巡查是维护市政设施完好、保障公共安全与提升城市宜居度的重要手段,其成效直接关系到城市运行质量与居民生活体验。传统依赖人工的常规巡查方式,受制于人力成本高、作业周期长等问题,难以满足高频次、多目标、全覆盖的治理需求^[1]。近年来,无人机依托高分辨率成像、红外探测等载荷能力及优良的机动性能,已成为目标检测与监视任务的高效工具^[2-5],但其作业能力仍受电池续航限制,难以实现持续稳定的覆盖。结合具备自主起降、自动充电与数据回传功能的固定式无人机机巢开展网络化部署,可在运行周期内保持作业连续性,支持全自动化的巡查任务。部分城市已开展相关实践,重庆江津构建了覆盖5个街镇的固定机巢网络,实现高楼消防、非法垂钓等多场景自动巡查与事件闭环处置;上海浦东则设置16个无人机巢并配套数字化综合监管平台,覆盖约80%的建成区面

积,有效提升了运行监测与执法效率。作为低空基础设施,固定无人机机巢的选址布局不仅关乎建设与运维成本,还直接影响系统的可靠性与韧性。在面临设备故障、能源中断或通信失效等不确定性时,其空间配置需要在冗余度保障与成本约束之间实现合理平衡,以降低服务中断风险并维持城市巡查网络的稳定运行,这一问题已成为实现高效、可靠无人机巡查体系亟需解决的关键问题。

近年来,固定式无人机机巢作为低空基础设施加速兴起,围绕其选址问题的研究已在末端物流配送、城市管理巡查与电力设施巡检等应用场景中展开。在末端配送应用方面,固定机巢常用于长航程航线间的中途补能,以突破单架无人机续航能力的限制。Hong等^[6]首先提出配置可支撑无人机连续作业的补能网络,将连续空间飞行与障碍规避纳入覆盖模型,在给定建设预算下配置最少数量的机巢作为充电站,使服务可达域实现目标区域全覆盖; Gentili等^[7]针对易腐医疗物资的快速投送,构建机巢

选址和机群调度的一体化混合整数规划模型,并提出了可落地的数据驱动算法;Ghelichi等^[8]进一步把包含充电站位置选择和任务时序决策相结合,提出多次往返的无人机位置与调度问题,建立混合整数规划模型,设计了一种基于规则的启发式求解方法。面向城市管理应用场景,叶深文等^[9]针对城市道路巡检中作业半径有限、任务密集且分散的矛盾,将航线规划与分布式机巢选址耦合为多目标模型(无人机的平均利用率最均衡、航线总里程最少、控制机巢数量),设计了基于粒子群的求解框架;Kabashkin等^[10]针对城市交通监测与基础设施决策中全局感知不足的问题,利用多点协同无人机同步获取交通运行数据,结合交通参数提取、仿真校准和多准则决策分析,实现了全网络范围的交通动态监测。在电力巡检场景,戴永东等^[11]将机巢布点建模为 P -中值最低代价多目标选址问题,用于降低跨区巡检成本与提升覆盖;高飞云等^[12]提出一种支持大范围输电线路多无人机巡检方法,建立任务分配与三维航迹联合优化模型,反映实际“飞返-充电-再出动”的运行节律;Zhao等^[13]针对输电塔、变压器和开关柜3类异构电力设施的无人机巡检固定机巢部署,建立以建设与维护成本最小化为目标的混合整数规划模型,并采用改进粒子群算法求解含281个设施与16个机巢候选点的实例;Cai等^[14]针对电力设施自动巡检的固定机巢部署,提出基于站点的无人机巡检问题,同时优化机巢位置与无人机路径,采用基于逻辑的Benders分解算法精确求解中小规模实例。上述文献大多在静态、确定性假设下优化机巢布局,默认机巢和无人机始终可用、通信稳定,缺乏面向失效与扰动的备援冗余与最坏情形重构,因而整体鲁棒性与可恢复性不足。即便Huang等^[15]在电力巡检情境下显式区分“可靠”与“不可靠”机巢并采用两阶段选址-分配流程,其模型本质仍是集合覆盖模型,未系统刻画失效相关性、容量受限下的备援与重配置,对多点故障或动态扰动的抵御能力仍有限。

机巢选址属于长期性的战略决策。在现实环境中,机巢的生命周期一般较长,在运营中难免受恶劣天气、机械故障、人为破坏等影响而发生中断或失效,进而增加运营成本、降低服务质量,严重时甚至使系统无法维持正常运行。因此,在机巢选址问题中,考虑设施的可靠性至关重要。事实上,设施可靠性议题已在学界与业界受到广泛关注,现有研究主要源自物流设施选址场景。Daskin^[16]首先在最大覆盖选址问题中设置多层级的备用设施,提出可靠设

施选址问题(Reliable Facility Location Problem, RFLP)概念;Snyder等^[17]将其拓展为可靠 P -中位与可靠无容量固定费用选址问题,假设存在完全可靠的设施,另一部分设施以同样概率发生中断,构建混合整数规划并提出基于拉格朗日松弛的求解算法;Cui等^[18-19]进一步引入设施异质可靠性设定,允许不同设施具有差异化失效概率,以多层级主备配置的综合成本最优为目标,实现成本与可靠性之间的权衡;Yun等^[20-21]研究了不完善信息下考虑往返运输试错成本的物流设施选址问题,分别提出了连续模型与离散模型来解决该问题;黄志文等^[22]将需求不确定性和设施损毁同时纳入考量,建立了不确定条件下战时应急物资配送中心可靠性选址模型,设计了一种改进的免疫遗传算法对模型进行求解;孙华丽等^[23-25]以最小化应急物流系统总成本和物资到达需求点总救援时间为双目标,基于相对鲁棒优化方法处理需求不确定,建立了应急物流定位-路径鲁棒优化模型,设计了遗传算法进行求解。大多数考虑设施可靠性的研究关注固定费用设施选址问题和 P -中位问题,其背景中物流中心不受最大服务距离限制,因此不涉及覆盖问题。与此不同,由于机巢与无人机之间的通信信号限制,固定机巢存在最大服务距离限制;同时,城市巡查任务存在异构的巡查频率需求,巡查点在城市空间中也呈现显著的密度异质性,导致不同区域的需求强度与容错要求差异明显。这使得本文问题需要将集合覆盖问题与可靠性 P -中位问题相结合,统筹考虑覆盖范围、可靠性以及巡查频率对机巢选址的影响进行建模。此外,覆盖距离限制会导致执行如拉格朗日松弛等经典求解算法时产生不可行解。因此,现有研究方法难以完全适用于本文问题,亟需针对机巢与巡查特征的特殊性,构建全新的优化模型与算法。

综上,本文以无人机智慧城市管理巡查为背景,在考虑固定机巢的可靠性、服务半径约束以及异构巡查频率的现实条件下,采用多层级备援机制以适配不同区域与任务点的需求强度与容错要求,以最小化无人机自动化巡检系统的建设和运营总成本为目标,建立了固定机巢选址-分配优化混合整数规划模型。结合问题特点,提出了一种拉格朗日松弛算法、选址方案修复算法、邻域搜索上界改进算法相融合的混合算法求解模型。本文为基于固定机巢的无人机巡查系统的高效部署和可靠运行提供了新的解决思路,为未来无人机在智慧城市管理中的应用提供了参考,具有重要的实际运用价值。

1 模型建立

1.1 问题描述

为提升城市管理事件的响应效率,本文研究一种基于无人机固定机巢的自动化巡查系统部署与任务分配问题。城市中存在若干需开展定期巡查的重点区域,内容涵盖违建识别、市政设施监测、环境卫生检查等多种城市治理事项。表1为城管重点巡查区域的示例,包括经纬度、规模和巡查频率等信息。

表1 城管巡查重点区域示例

Table 1 Example of key areas for urban management patrol

属性	信息
编号	2
中心位置	经纬度(121.614 6° E, 38.914 3° N)
土地类型	商业密集区
土地面积	长度为800 m、宽度为600 m
巡查目标	占道经营、垃圾堆放、高楼消防、道路缺陷、违规搭建等
巡查建议	周期巡查
巡查频率	每日2次
预计时间	30 min

本文将上述重点巡查区域抽象为“任务点”,由集合 $I = \{1, \dots, i\}$ 表示。如图1(a)所示,每个任务点根据任务属性,有异构的巡查频率要求。为提高巡查效率并降低人力成本,本文引入具备自主起降、充电与数据回传功能的固定式无人机机巢,构建智慧城市管理巡查体系。每个固定机巢均配置一架无人机,构成相互对应的作业单元。在接受任务指令后,无人机从所隶属机巢出发飞往指定区域,在任务区域内按照预设的飞行路径执行巡查任务,通过搭载的高分辨率摄像头等设备对该区域进行图像采集与环境扫描。巡查路径可根据区域结构、建筑分布等因素事先规划,不属于本文研究范围,因而在模型中不予展开。无人机完成数据获取任务后返回机巢进行充电与待命准备,实现“一次一检”的闭环作业模式。本文研究在一组机巢候选位置集合 $J = \{1, \dots, j\}$ 中确定建设方案,并为各巡查区域分配服务机巢,以实现所有任务区域的自动化巡查,目标是最小化固定机巢的建设成本和规划周期内无人机的运行成本之和。

实际运行中,机巢或其配套无人机可能因电源故障、信号连接、设备损坏等原因在一定时间内无法正常工作,本文将此类情形定义为机巢失效事件。为了降低因机巢失效而引发巡查中断或服务缺口的风险,本文在规划阶段为每个任务点预置多层级备援机巢,使方案在一定数量的失效扰动下仍能保持可行性与服务连续性。如图1(b)所示,每

个任务点可被最多 L 层的机巢服务,第1层($l=1$)为主要机巢,其余层级依次作为备用机巢。当主要机巢失效时,备用机巢依序接替任务,对于任务点 i 的第 l 层级指派,当且仅当其在层级 $1, 2, \dots, l-1$ 上已经被指派的所有机巢均失效时,第 l 层机巢才会接管;若所有固定机巢均失效,则启用虚拟机巢,即由城市管理执法大队人工执行巡查,尽管其成本远高于自动化作业,但可确保任务不中断。机巢的失效并非代表完全不可恢复的永久性故障,机巢 j 失效的概率定义为 $p_j \in [0, 1)$, 可以理解为在整个规划周期 T 内该机巢处于不可用状态的时间比例,能够通过历史统计数据估算。因此,定义0-1变量 z_j 表示是否在机巢候选点 j 建立机巢,是为1,否为0;0-1变量 x_{ijl} 表示是否安排机巢 j 在 l 层服务巡查任务点 i ,是为1,否为0;在给定规划期内系统需决策在哪些候选位置建设无人机机巢,以及如何为各巡查区域分配多层级的服务机巢。本文在多层级冗余机制下,基于机巢失效概率刻画无人机巡查系统的期望运行成本,定义连续变量 π_{ijl} 表示在执行巡查任务时轮到第 l 层的机巢 j 服务任务点 i 的概率,它由前 l 层机巢本身失效概率 p_j 和前 $l-1$ 层的分配决策 $x_{ij,1}, x_{ij,2}, \dots, x_{ij,l-1}$ 共同决定,隐含2个层面的条件:①分配给任务点 i 的前 $l-1$ 层机巢全部失效;②机巢 j 没有失效。 π_{ijl} 与 x_{ijl} 共同决定巡查成本。以图1(a)为例,展现了一个由3个固定机巢和1个虚拟机巢构成的选址方案($z_1 = z_2 = z_3 = 1$),固定机巢1、2、3的失效概率分别是 $p_1 = 0.10$ 、 $p_2 = 0.20$ 和 $p_3 = 0.15$,虚拟机巢 o 失效的概率为 $p_o = 0$,虚拟机巢 o 为分配给某任务点 i 的所有层级的全部固定机巢失效后,人工代替巡查的出发点。以任务点 i 为例,假设在该选址方案下存在一种分配方案,机巢2、1和 o 分别在第1、2、3层服务该任务点,即 $x_{i21} = x_{i12} = x_{io3} = 1$,其余决策变量均为0。则机巢2为主要机巢,服务 i 的概率为本身不失效的概率,即 $\pi_{i21} = 1 - p_2 = 0.8$;机巢1为备用机巢,在机巢2失效且机巢1不失效的情况下服务任务点 i ,概率为 $\pi_{i12} = (1 - p_1)p_2 = 0.18$;虚拟机巢在常规机巢都失效后服务任务点 i ,概率为 $\pi_{io3} = p_1 p_2 (1 - p_o) = 0.02$ 。

基于上述系统特征,本文构建一个考虑机巢失效情景与多层冗余机制的可靠性选址-分配优化模型,目标是在满足巡查覆盖约束的前提下,最小化固定驻地建设成本与期望运行成本之和。

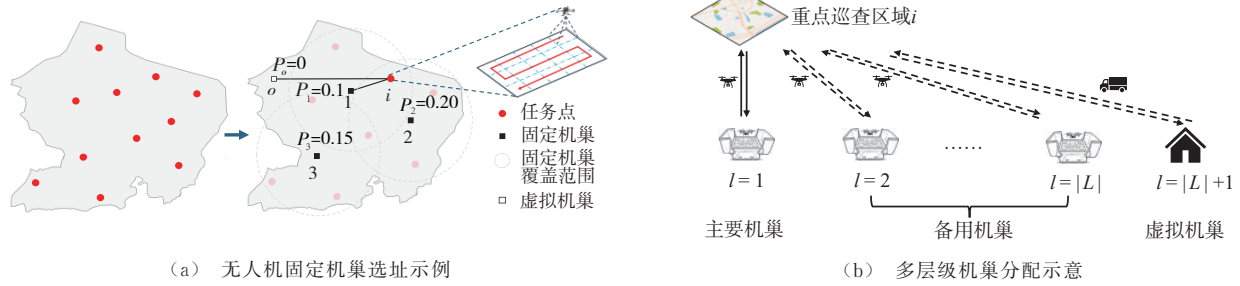


图 1 考虑机巢失效的选址分配网络

Fig. 1 Location-allocation network model considering UAV nest failures

1.2 模型假设

在不影响普遍性的前提下,本文作出以下假设。

- (1)本文聚焦于常规城管事件巡查,巡查重点区域的位置和巡查频率已知。
- (2)无人机机巢可以互相独立运行,机巢失效事件互相独立。
- (3)任意两节点之间的距离已知且固定。
- (4)无人机的飞行速度恒定且单位距离的飞行成本恒定不变。

1.3 模型构建

1.3.1 目标函数

目标函数由固定机巢建设成本和无人机日常巡查飞行成本两部分构成。

(1)固定机巢建设成本

固定机巢建设成本与机巢采购成本、使用年限、安装成本和维护费用有关。固定机巢建设成本 C_1 为

$$C_1 = T \sum_{j \in J} \frac{c_j - r_j}{T_{\max}} z_j + \sum_{j \in J} \omega_j z_j + T \sum_{j \in J} m_j z_j \quad (1)$$

式中: c_j 和 r_j 分别为机巢 j 的采购成本和预计净残值; T_{\max} 为机巢的设计使用最大年限; T 为规划周期年限长度; ω_j 为与机巢 j 位置相关的安装成本; m_j 为机巢 j 的年维护成本。

式(1)中的第1项为使用年限平均法折旧后所有机巢采购的固定成本;第2项为所有机巢的安装成本之和;第3项为所有机巢在规划周期长度之内的维护成本之和。

(2)日常巡查飞行成本

日常巡查飞行成本是指无人机(或全部机巢失效后人工代替巡查)的飞行成本。日常巡查成本 C_2 为

$$C_2 = \alpha T \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{l \in L} f_i d_{ij} x_{ijl} \pi_{ijl} + \beta T \sum_{i \in I} \sum_{l \in L'} f_i \varphi_i x_{iol} \pi_{iol} \quad (2)$$

式中: α 为无人机飞行单位距离的成本; β 为人工代替巡查时单位距离的成本; φ_i 为虚拟机巢与任务点 i 的距离; f_i 为任务点 i 的巡查频次; d_{ij} 为无人机从任务点 i 到机巢 j 的欧氏距离; L' 为任意一任务点 i 能够被分配到的所有机巢层级的集合,包括所有常规机巢的层级集合 L 和最后一层虚拟机巢 l' ,即 $L' = L \cup \{l'\}$ 。

为了统一表示形式,本文将 β 标准化为 α ,定义等效距离 d_{io} 为

$$d_{io} = \frac{\beta \varphi_i}{\alpha} \quad (3)$$

通过式(3)将人工代替服务的场景并入无人机巡查的结构,以实现变量及公式的简化。日常巡查成本 C_2 可统一表述为

$$C_2 = \alpha T \sum_{i \in I} \sum_{j \in J'} \sum_{l \in L'} f_i d_{ij} x_{ijl} \pi_{ijl} \quad (4)$$

式中: J' 为机巢候选点集合 J 与虚拟机巢 o 的并集, $J' = J \cup \{o\}$ 。

1.3.2 考虑机巢失效的选址分配模型

构建面向智慧城市管理巡查可靠性固定机巢选址问题的混合整数非线性规划模型如下。

目标函数为

$$\min C = C_1 + C_2 \quad (5)$$

式中: C 为固定机巢系统在规划周期年限内运营的总成本。

约束条件为

$$\sum_{j \in J} z_j \leq N_{\max} \quad (6)$$

$$\sum_{l \in L} x_{ijl} \leq z_j \quad i \in I, j \in J \quad (7)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ijl} + \sum_{k=1}^l x_{io k} = 1 \quad i \in I, l \in L' \quad (8)$$

$$\sum_{l \in L'} x_{iol} = 1 \quad i \in I \quad (9)$$

$$x_{io1} = 0 \quad i \in I \quad (10)$$

$$x_{ijl} d_{ij} \leq R \quad i \in I, j \in J, l \in L \quad (11)$$

$$\pi_{ijl} = 1 - p_j \quad i \in I, j \in J' \quad (12)$$

$$\pi_{ijl} = (1 - p_j) \sum_{s \in J} \frac{p_s}{1 - p_s} \pi_{is, l-1} x_{is, l-1} \quad i \in I, j \in J', l \in L' \setminus \{1\} \quad (13)$$

式中: N_{\max} 为计划建设的固定机巢的上限; R 为机巢的最大覆盖半径。

式(6)约束建设的机巢总数不超过计划的上限;式(7)表示只有建立了机巢 j 之后,才能将巡查任务分配给该机巢;式(8)表示若任务点 i 在第 l 层启用虚拟机巢,则在第 l 层之前的所有层级必须指派常规机巢,且对第 l 层之后的层级不再指派常规机巢;式(9)要求每一个任务点 i 均必须被分配至虚拟机巢,以应对所有常规机巢均故障的极端情形;式(10)表示给每个任务点 i 分配的第1层机巢必须是常规机巢;式(11)表示机巢的服务半径限制;式(12)、(13)用于刻画多层级任务分配中的服务生效概率传递机制,当服务 $l=1$ 时,表示为待巡查区域 i 分配的主机巢,其失效的概率为该机巢发生故障的概率,当 $l>1$ 时,若前一层(第 $l-1$ 层)所分配的所有常规机巢均发生故障,则任务将传递至当前层级,此时机巢 j 在当前层服务的概率由两部分共同决定,即当前机巢自身不发生故障的概率 $1 - p_j$ 和上一层中所有被分配机巢在尝试服务时集体失败的加权概率

$$\sum_{s \in J} \frac{p_s}{1 - p_s} \pi_{is, l-1} x_{is, l-1}$$

1.3.3 模型线性化

在第1.3.2节中,由于目标函数式(5)和约束条件式(13)中存在两变量的乘积项 $x_{ijl} \pi_{ijl}$,导致原问题出现非线性属性,不利于求解。本文参考 Sherali 等^[26]提出的线性化方法,引入新的连续变量 $y_{ijl} \in [0, 1]$ 用于替代原模型中的乘积项。式(5)更新为

$$\begin{aligned} \min C = & T \sum_{j \in J} \frac{c_j - r_j}{T_{\max}} z_j + \sum_{j \in J} \omega_j z_j + T \sum_{j \in J} m_j z_j + \\ & \alpha T \sum_{i \in I} \sum_{j \in J'} \sum_{l \in L'} f_i d_{ij} y_{ijl} = \\ & \sum_{j \in J} \left(\frac{c_j - r_j}{T_{\max}} T + \omega_j + m_j T \right) z_j + \\ & \alpha T \sum_{i \in I} \sum_{j \in J'} \sum_{l \in L'} f_i d_{ij} y_{ijl} \end{aligned} \quad (14)$$

同理,式(13)更新为

$$\pi_{ijl} = (1 - p_j) \sum_{s \in J} \frac{p_s}{1 - p_s} y_{is, l-1} \quad i \in I, j \in J', l \in L' \setminus \{1\} \quad (15)$$

更进一步地,增加式(16)~(19)进行相应约束,

具体为

$$y_{ijl} \leq \pi_{ijl} \quad i \in I, j \in J', l \in L' \quad (16)$$

$$y_{ijl} \leq x_{ijl} \quad i \in I, j \in J', l \in L' \quad (17)$$

$$y_{ijl} \geq 0 \quad i \in I, j \in J', l \in L' \quad (18)$$

$$y_{ijl} \geq \pi_{ijl} + x_{ijl} - 1 \quad i \in I, j \in J', l \in L' \quad (19)$$

调整后混合整数线性规划模型目标函数为式(14),约束条件为式(6)~(12)、(15)~(19)。

2 算法设计

本文所提出的问题本质上是一个 RFLP 变体问题,若去除机巢服务半径约束和多层级分配约束,退化为已知的 NP-hard 问题 P -中位问题^[27],因此本文的问题也属于 NP-hard 问题。在面对小规模算例时,能够通过 Gurobi 精确求解,然而却难以适应现实世界中的大规模实例求解需要。因此,本文通过系统分析所提问题的独特结构,设计了基于拉格朗日松弛的混合算法。

2.1 拉格朗日松弛问题构建与下界求解

2.1.1 机巢覆盖范围约束重构

为了减少模型中的约束数量、简化求解难度,本文在构建拉格朗日松弛问题之前,首先对机巢覆盖范围约束的式(11)进行预处理。对于每一个待巡查的重点区域 i ,定义集合如下

$$J_i = \{j \in J | d_{ij} \leq R\} \quad i \in I \quad (20)$$

$$J'_i = J_i \cup \{o\} \quad i \in I \quad (21)$$

式中: J_i 为 J 的非空子集,表示在服务半径约束下,能够覆盖重点区域 i 的所有候选固定机巢位置的集合; J'_i 为能够覆盖重点区域 i 的所有候选固定机巢位置与虚拟机巢位置的集合。

在后续的建模中,相关的变量与约束的取值范围通过式(20)和(21)进行调整,即使用集合 J_i 代替集合 J ,使用集合 J'_i 代替集合 J' ,实现与式(11)相同的作用(见第2.1.2节)。

2.1.2 拉格朗日松弛问题构建

定义拉格朗日乘子 μ 为

$$\mu = \{\mu_{ij} \geq 0 | i \in I, j \in J_i\} \quad (22)$$

对包含选址变量与任务分配变量的耦合约束条件式(7)进行松弛,构造拉格朗日松弛问题如下

$$\begin{aligned} Z_L = \min \sum_{j \in J} \left[\left(\frac{c_j - r_j}{T_{\max}} T + \omega_j + m_j T - \sum_{i \in I} \mu_{ij} \right) z_j + \right. \\ \left. \alpha T \sum_{i \in I} \sum_{j \in J'} \sum_{l \in L'} f_i d_{ij} y_{ijl} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{l \in L} \mu_{ij} x_{ijl} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

$$\sum_{j \in J_i} x_{ijl} + \sum_{k=1}^l x_{ioik} = 1 \quad i \in I, l \in L' \quad (24)$$

$$\pi_{ijl} = 1 - p_j \quad i \in I, j \in J_i' \quad (25)$$

$$\pi_{ijl} = (1 - p_j) \sum_{s \in J_i'} \frac{p_s}{1 - p_s} y_{is, l-1} \quad i \in I, j \in J_i', l \in L' \setminus \{1\} \quad (26)$$

$$y_{ijl} \leq \pi_{ijl} \quad i \in I, j \in J_i', l \in L' \quad (27)$$

$$y_{ijl} \leq x_{ijl} \quad i \in I, j \in J_i', l \in L' \quad (28)$$

$$y_{ijl} \geq 0 \quad i \in I, j \in J_i', l \in L' \quad (29)$$

$$y_{ijl} \geq \pi_{ijl} + x_{ijl} - 1 \quad i \in I, j \in J_i', l \in L' \quad (30)$$

其中,式(23)为目标函数,式(24)~(30)与式(6)、(9)、(10)共同构成约束条件。

2.1.3 基于分解的下界求解

将拉格朗日松弛问题进一步分解成子问题1(机巢选址方案)以及子问题2(层级分配方案)。分别求2个子问题的最优值后求和,即可获得松弛问题的精确最优解。具体步骤如下。

(1)子问题1:机巢选址方案

该问题只包含有关于选址的0-1决策变量 z_j ,具体如下

$$Z_1 = \min \sum_{j \in J} \left(\frac{c_j - r_j}{T_{\max}} T + \omega_j + m_j T - \sum_{i \in I} \mu_{ij} \right) z_j \quad (31)$$

该问题的最优解如下

$$z_j = \begin{cases} 1 & \frac{c_j - r_j}{T_{\max}} T + \omega_j + m_j T - \sum_{i \in I} \mu_{ij} \leq 0 \\ 0 & \frac{c_j - r_j}{T_{\max}} T + \omega_j + m_j T - \sum_{i \in I} \mu_{ij} > 0 \end{cases} \quad (32)$$

(2)子问题2:层级分配方案

该问题包含决策变量 x_{ijl} 、 y_{ijl} 和 π_{ijl} ,目标函数如下

$$Z_2 = \min \left\{ \alpha T \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i'} \sum_{l \in L'} f_i d_{ij} y_{ijl} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i'} \sum_{l \in L'} \mu_{ij} x_{ijl} \right\} \quad (33)$$

该问题的约束条件由式(9)、(10)、(24)~(30)组成,需在所有任务点 $i \in I$ 上同时进行多层次机巢的任务分配。为了进一步降低整体求解难度,本文将子问题2划分为 $|I|$ 个独立的问题,即固定变量 x_{ijl} 、 y_{ijl} 和 π_{ijl} 中的索引 i ,使用Gurobi求解器并结合热启动技术,分别对每个任务点 i 求解最优的层级分配方案,构建出系统整体的最优层级分配方案。

2.2 上界求解

2.2.1 覆盖增益驱动的选址方案修复算法

在使用拉格朗日松弛问题的选址结果指导生成可行的上界解时,由于机巢覆盖范围的约束限制,下界的选址结果可能对于原问题不可行。本文设计了一种覆盖增益驱动的选址方案修复算法,在候选机巢集合中逐步开放新的机巢,实现未被覆盖节点的服务修复。算法步骤如下。

步骤1:获取下界选址方案中已启用的机巢集合为初始解集 Z_0 ,设置最大迭代次数 ϑ ,初始化未启用的候选机巢节点集合 M ,引入评分函数 $g(\cdot)$ 从3个因素来评估每个候选机巢节点的修复价值,如下。

(1)任务量因子 $G_1(\cdot)$

$G_1(\cdot)$ 用于衡量候选机巢节点能够覆盖的任务量,定义如下

$$G_1(B_j) = \sum_{i \in \Gamma(B_j)} w_i \quad (34)$$

$$w_i = \begin{cases} f_i & \text{任务点 } i \text{ 从未被覆盖} \\ \frac{f_i}{r_i + 1} & \text{任务点 } i \text{ 已经被覆盖 } r_i \text{ 次} \end{cases} \quad (35)$$

式中: B_j 为未启用的机巢候选节点; $\Gamma(B_j)$ 为在 B_j 建设机巢后能覆盖的任务点的集合; w_i 为对任务点 i 的加权得分。

(2)服务距离因子 $G_2(\cdot)$

$G_2(\cdot)$ 用于衡量候选机巢节点到其所覆盖任务点的平均服务距离,定义如下

$$G_2(B_j) = \frac{1}{|\Gamma(B_j)|} \sum_{i \in \Gamma(B_j)} d_{i, B_j} \quad (36)$$

式中: d_{i, B_j} 为任务点 i 到 B_j 的距欧氏距离; $|\Gamma(B_j)|$ 为在 B_j 建设机巢后能覆盖的任务点的数量。

(3)任务频率加权因子 $G_3(\cdot)$

$G_3(\cdot)$ 用于衡量候选机巢节点所覆盖的高频任务点的重要性,定义如下

$$G_3(B_j) = \sum_{i \in \Gamma(B_j)} \frac{f_i}{d_{i, B_j} + \epsilon} \quad (37)$$

式中: ϵ 为平滑项,用于避免分母为0的情况。

最终,评分函数 $g(\cdot)$ 为上述3个核心因素加权形式,如下

$$g(B_j) = \eta_1 G_1(B_j) - \eta_2 G_2(B_j) + \eta_3 G_3(B_j) \quad (38)$$

式中: η_1 、 η_2 和 η_3 均为权重系数。

步骤2:在第 m 次迭代中,设当前初始解集为 Z_i ,计算所有候选机巢节点 $B_j \in M$ 的覆盖增益权

重 C_{B_j} 为

$$C_{B_j} = \frac{g(Z_i) - g(Z_i \cup \{B_j\})}{\sum_{B_j \in M} [g(Z_i) - g(Z_i \cup \{B_j\})]} \quad (39)$$

$$g(Z_i) = \sum_{B'_j \in Z_i} g(B'_j)$$

式中: $g(Z_i)$ 为初始解集的评分; $g(Z_i \cup \{B_j\})$ 为将 B_j 加入到初始解集 Z_i 后的总评分。

式(39)可以得到所有候选节点的覆盖增益权重之和为1。

步骤3: 根据每个候选节点的覆盖增益权重, 使用轮盘赌的方式选出本次开放的候选机巢节点 B_j , 更新初始解集和候选机巢集合如下

$$Z_{t+1} = Z_t \cup \{B_j\} \quad (40)$$

$$M = M \setminus \{B_j\} \quad (41)$$

步骤4: 重复步骤2~3, 直至所有的机巢候选点至少被一个机巢覆盖或达到最大迭代次数 ϑ 。若达到最大迭代次数后仍然存在未被覆盖的任务点, 则重复步骤1~3, 直至完成选址方案修复。

2.2.2 最优分配方案构造

在获取对于原问题可行的机巢选址方案后, 进一步为其构造最优的多层级任务分配方案。本质上, 这一问题可视为在已知机巢位置下的多层级资源配置优化问题。考虑到每个任务点需被最多 $|L|$ 层机巢覆盖, 且优先考虑巡查代价较小的机巢组合, 本文提出了基于距离升序规则的任务点分配原则。

定理: 在最优解中, 若某任务点 $i \in I$ 同时被分配至第 l 层机巢候选节点 $j \in J$ 和第 $l+1$ 层机巢候选节点 $k \in J$, 即 $x_{ij} = x_{ik, l+1} = 1$, 则必有 $d_{ij} \leq d_{ik}$ 。

证明: 使用反证法。假设存在一组最优解 (Z, X) , 其中 $x_{ij} = x_{ik, l+1} = 1$ 但是存在 $d_{ij} > d_{ik}$, 通过交换机巢 j 和 k 的分配层级构造一个新的解 (Z, \tilde{X}) , 并证明其目标函数更小, 从而得到矛盾。

忽略相同的机巢建设成本, 由式(2)、(10)、(11) 计算方案 (Z, X) 的分配成本为

$$C_2(Z, X) = C_{2,p}(Z, X) + \alpha T f_i \tilde{\pi} [d_{ij}(1 - p_j) + d_{ik} p_j (1 - p_k)] + C_{2,a}(Z, X) \quad (42)$$

式中: $C_{2,p}(Z, X)$ 为前 $l-1$ 层机巢的分配成本; $\tilde{\pi}$ 为前 $l-1$ 层机巢同时全部失效的概率; $C_{2,a}(Z, X)$ 为第 $l+2$ 层以后的所有层机巢的分配成本。

同理, 计算方案 (Z, \tilde{X}) 的分配成本为

$$C_2(Z, \tilde{X}) = C_{2,p}(Z, \tilde{X}) + \alpha T f_i \tilde{\pi} [d_{ik}(1 - p_k) + d_{ij} p_k (1 - p_j)] + C_{2,a}(Z, \tilde{X}) \quad (43)$$

式中: $C_{2,p}(Z, \tilde{X})$ 为前 $l-1$ 层机巢的分配成本, 数值上与 $C_{2,p}(Z, X)$ 相同; $\tilde{\pi}$ 为前 $l-1$ 层机巢同时全部失效的概率; $C_{2,a}(Z, \tilde{X})$ 为第 $l+2$ 层以后的所有层机巢的分配成本, 数值上与 $C_{2,a}(Z, X)$ 相同。

计算最优解 (Z, X) 与新解 (Z, \tilde{X}) 的成本差为

$$\Delta = C_2(Z, \tilde{X}) - C_2(Z, X) = \alpha T f_i \tilde{\pi} \cdot (1 - p_j)(1 - p_k)(d_{ik} - d_{ij}) < 0 \quad (44)$$

故说明交换后目标函数更优, 矛盾得证。

证毕。

因此, 输入所有已知的机巢位置, 对于每个任务点 i , 枚举所有服务距离符合约束条件的可用机巢节点, 按照任务点到机巢的欧氏距离升序排序, 并依次分配至不同层级, 直至达到设定的最大常规机巢层级数量 $|L|$ 或所有可用常规机巢被全部分配, 然后在最末一层引入虚拟机巢以实现人工补充。定理保证了所构造分配方案在当前选址方案下最优。

2.2.3 上界求解算法步骤

以下界选址结果为基础, 通过选址修复与分配优化相结合的方式, 逐步构建原问题的可行解如下。

步骤1: 从拉格朗日松弛问题的结果中提取选址方案 Z , 作为后续可行性判断与修复的输入。

步骤2: 判断下界解 Z 是否满足原问题的覆盖约束等可行性条件。若选址方案 Z 对于原问题可行, 则直接令上界选址方案 $Z' = Z$, 并根据式(1)计算固定机巢的总建设成本, 记作 $C_1(Z')$; 若选址方案 Z 不可行, 则调用第2.1.1节中提出的覆盖增益驱动的选址方案修复方法, 构造一个对原问题可行的修复选址方案 Z' , 并同样根据式(1)计算其建设成本, 记作 $C_1(Z')$ 。

步骤3: 在确定可行选址方案 Z' 后, 依据第2.1.2节中提出的基于距离升序优先规则的多层级分配策略, 为每个任务点构建其在选址结构 Z' 下的最优任务分配方案, 记作 X' 。

步骤4: 根据构造出的分配方案 X' , 利用式(4)进行期望巡检成本计算, 记作 $C_2(X')$ 。

步骤5: 记可行上界解为 (Z', X') , 计算该方案下的目标函数值上界为

$$C(Z', X') = C_1(Z') + C_2(X') \quad (45)$$

2.3 拉格朗日松弛框架与上界改进

2.3.1 拉格朗日松弛框架

本文采用拉格朗日松弛框架, 通过引入拉格朗日乘子对耦合约束进行松弛, 并在迭代过程中不断调整

乘以缩小上下界之间的差距。每轮迭代中,算法先求解松弛问题以获得下界,再据此构造可行解形成上界,并结合次梯度下降法更新乘子以提升下界质量,逐步逼近原问题的最优解。具体步骤如下。

步骤1:初始化迭代次数 $k=0$;初始化当前最优的上界 U 为正无穷;初始化下界 V 为负无穷;参考Lim等^[28]初始化拉格朗日乘子 $\mu_{ij,0}$ 为

$$\mu_{ij,0} = \frac{1}{|J|} (\alpha T f_i d_{ij} + \frac{c_j - r_j}{T_{\max}} T + \omega_j + m_j T) \quad (46)$$

$$i \in I, j \in J_i$$

步骤2:在当前乘子下,求解拉格朗日松弛问题(见第2.1.3节),得到下界解及其目标值 V_k 。

步骤3:基于该下界解所对应的选址方案,构造可行的上界解(见第2.2节),计算上界值 U_k 。

步骤4:若当前上界 U_k 优于 U ,则更新最优上界 $U = U_k$,记录对应的选址和分配方案。

步骤5:若最优上界 U 在连续 N 轮迭代中未得到改进,则使用上界改进算法(见第2.3.2节)。

步骤6:使用次梯度下降法对拉格朗日乘子 $\mu_{ij,k}$ 进行更新,并计算下一轮迭代步长 t_k 为

$$\mu_{ij,k+1} = \max \left\{ 0, \mu_{ij}^k + t_k \left(\sum_{i \in L} x_{ijl} - z_j \right) \right\} \quad (47)$$

$$t_k = \frac{\lambda_k (U - V_k)}{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \left| \sum_{i \in L} x_{ijl} - z_j \right|} \quad (48)$$

式中: λ_k 为第 k 次迭代过程中对应的步长因子,其初始值的取值范围 $\lambda_0 \in (0, 2]^{[29]}$; V_k 为第 k 次迭代过程中的下界。

在分母中,参考Yun等^[30]等使用了松弛变量的绝对值来替代传统方法中使用的平方项,从而提升优化效率。算法使用自适应步长更新机制,当连续 ϖ 次迭代后下界值都没有得到改善时,则更新步长因子如下

$$\lambda_{k+1} = \frac{\lambda_k}{\theta} \quad (49)$$

式中: θ 为一个大于1的放缩系数,用于在迭代进程中缩小步长因子,实现对搜索精度的动态控制。

步骤7:重复步骤2~6持续迭代,直至满足任意一条终止条件后输出结果。终止条件如下。

(1)上下界之间的相对间隙不大于最优容许差阈值 ξ ;

(2)达到最大限定迭代次数 k_m ;

(3)达到最大限定运行时间 t_m ;

(4)步长系数小于最小允许步长系数 λ_m 。

2.3.2 基于邻域搜索的上界改进算法

为提升上界的质量,本文引入邻域搜索算法,在初始可行解基础上,通过设计多种结构化邻域算子,对选址方案进行微扰,并在保持可行性的前提下不断优化目标值。算法整体流程如下。

步骤1:以当前最优选址方案 Z_b 作为初始解,记其对应的最优分配方案为 X_b ,最优上界为 $U = C(Z_b, X_b)$,设置最大迭代次数 r ,模拟退火初始温度 τ_0 ,冷却系数 ν 。

步骤2:基于 Z_b ,随机选择一种邻域搜索算子生成新的分配方案 \hat{Z} ,邻域搜索算子包括以下5种。

(1)随机开放算子:在未建立的机巢候选点随机开放一个机巢。

(2)随机关闭算子:随机关闭一个已经建立的机巢。

(3)随机交换算子:随机选择一个已经建立的机巢和一个未建立的机巢,交换它们的状态。

(4)高适应度开放算子:在未建点中选择评分最高的候选点[由式(34)~(38)计算],作为新增机巢引入现有选址方案。

(5)低适应度关闭算子:从当前已建机巢中选择评分最低的候选点[由式(34)~(38)计算],关闭该机巢。

步骤3:以新选址方案 \hat{Z} 为基础,使用第2.3.1节的流程得到可行的上界解 (\hat{Z}, \hat{X}) ,计算其总成本记为 $U_i = C(\hat{Z}, \hat{X})$ 。

步骤4:若 $U_i < U$,则接受新解并更新 Z_b 和 X_b ;否则根据模拟退火准则接受劣解,具体为

$$p_a = e^{-\frac{U_i - U}{\tau_s}} \quad (50)$$

$$\tau_s = \tau_s \nu \quad (51)$$

式中: p_a 为接受劣解的概率; τ_s 为模拟退火的温度,在每次迭代后进行降温; ν 为冷却系数。

步骤5:重复步骤2~4,直至到达最大迭代次数 r 或迭代温度小于最小限定温度 τ_m ,输出结果。

3 算例分析

3.1 算例设计与初始参数

本文以辽宁省大连市中山区约47 km²的陆地范围为实证区域,该区西北部为城市功能较为集中的核心区,南部多为山地与海岸景观。通过高德地图开放平台爬取主要商圈、医院、学校、旅游景点、广场公园及典型居民区六类共117个关键兴趣点作为城市管理事件的典型巡检对象,如图2所示,根据不同

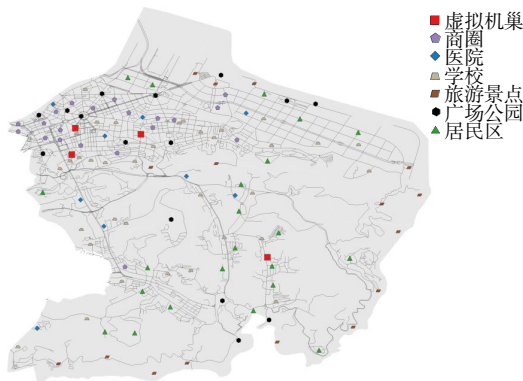


图 2 大连市中山区算例

Fig. 2 Case study of Zhongshan district, Dalian

类型兴趣点的繁忙程度假设其巡视频率分别为每日 2 次、每日 1 次、每周 5 次、每周 4 次、每周 2 次及每周 1 次,构建具备差异化频次需求的城市巡检任务场景,证明本文提出的模型能够有效考虑不同任务点的差异性。其中虚拟机巢为城管部门执法大队真实所在地,当所有机巢失效后,由虚拟机巢对应的城管部门执法大队以人工方式完成巡检任务,并按照人工巡检的单位成本进行费用计算。为了克服缺乏实际运营数据作为参考的困难,对相关参数进行了假设,并在第 3.4 节中进行了敏感性分析,通过不同的参数组合进行模拟,确保算例能够覆盖较为广泛的实际应用场景。其他基础数据默认参数如下:机巢设计使用最大年限 T_{max} 和规划周期年限 T 均为 5 年;机巢服务半径 $R=2$ km;每台机巢的采购成本 $c_j=1$ 万元,安装成本 $\omega_j=5\ 000$ 元,维护成本 $m_j=1\ 000$ 元·年⁻¹,净残值 $r_j=0$ 元;无人机单位飞行成本 $\alpha=1$ 元·km⁻¹,人工代替巡查的单位成本 β 为无人机单位飞行成本的 10 倍,即 10 元·km⁻¹。

3.2 计算结果

利用 Python 3.11 运行混合算法,数值试验在一台配置为 2.5 GHz 的 CPU、16 GB 内存、Windows 11 操作系统的计算机上完成。拉格朗日松弛算法的参数如下: $\lambda_0=2$, $\varpi=10$, $\theta=1.2$, $\xi=0.005$, $k_m=$

500, $t_m=3\ 600$ s, $\lambda_m=10^{-5}$, $\vartheta=100$, $\eta_1=0.001$, $\eta_2=1$, $\eta_3=0.001$, $\epsilon=0.5$, $N=80$, $r=5\ 000$, $\tau_0=20$, $\tau_m=10^{-5}$, $\nu=0.995$ 。

在统一设定所有的机巢 $j \in J$ 失效的概率分别为 $p_j=p=0.2$ 和 $p_j=p=0.4$ 的条件下,表 2 展示了中山区共 117 个任务点算例不同机巢层级数 L 对系统成本的影响,可以看出:在无备份机巢情形下 ($|L|=1$),系统需要承担较高的巡检代价,总成本最高,分别为 72.36 万元 ($p=0.2$) 和 116.52 万元 ($p=0.4$);在引入备份层级后,总成本显著下降,且在 $|L|=3$ 时趋于稳定;以 $p=0.2$ 为例,总成本下降至 43.72 万元,降幅达 39.59%;进一步增加备份层级虽可微幅降低成本,但边际收益明显递减;另一方面,在较高失效概率 ($p=0.4$) 下,系统依赖更多的备份机巢以维持鲁棒性,因而对应的建设成本更高,但巡检成本的下降更为显著。

接下来,以 $|L|=3, p=0.2$ 参数设置为代表性情景,进一步分析算法的收敛过程。图 3 展示了迭代过程中的收敛曲线,可以看出:上界呈阶梯式下降趋势,下界在初始阶段有小幅度震荡,随后逐步上升;算法前期上下界迅速逼近,在约第 200 次迭代时上下界间隙已收敛至 3% 以内;算法在迭代后期 2 次启动上界改进算法,最终上、下界分别稳定于 43.72 万元和 43.48 万元,间隙缩小至 0.54%,验证了所提方法的有效性。

图 4 展示了设置 3 层常规机巢参数条件下机巢选址方案及多层级任务分配结果。该方案的总成本为 43.72 万元,其中巡检成本为 17.72 万元,机巢建设成本为 24.00 万元,共部署 12 个固定机巢。图 4(a) 为第 1 层分配结果,可以看出,全部 117 个任务点均直接分配至固定机巢,实现全面覆盖;第 2 层分配结果如图 4(b) 所示,可以看出,117 个任务点中有 113 个被分配至固定机巢,其余 4 个任务点被分配至虚拟机巢,表明 96.6% 的任务点至少具备 1 层备用

表 2 算例计算结果

Table 2 Results of the case study

L	$p=0.2$				$p=0.4$			
	建设成本/元	巡检成本/元	总成本/元	减小比例/%	建设成本/元	巡检成本/元	总成本/元	减小比例/%
1	140 000	583 589.69	723 589.69		120 000	1 045 150.68	1 165 150.68	
2	220 000	244 856.50	464 856.50	35.76	220 000	522 238.55	742 238.55	36.30
3	240 000	197 152.96	437 152.96	39.59	300 000	318 732.27	618 732.27	46.90
4	240 000	196 557.38	436 557.38	39.67	340 000	252 554.99	592 554.99	49.14
5	240 000	196 557.38	436 557.38	39.67	340 000	259 423.45	589 423.45	49.41
6	240 000	196 557.38	436 557.38	39.67	340 000	248 918.71	588 918.71	49.46

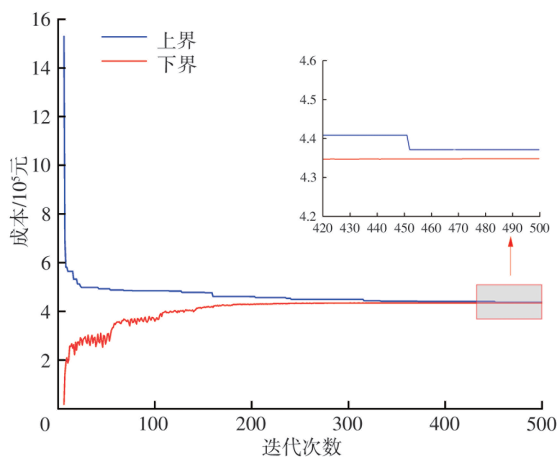


图3 算法收敛曲线

Fig. 3 Convergence curves of the algorithm

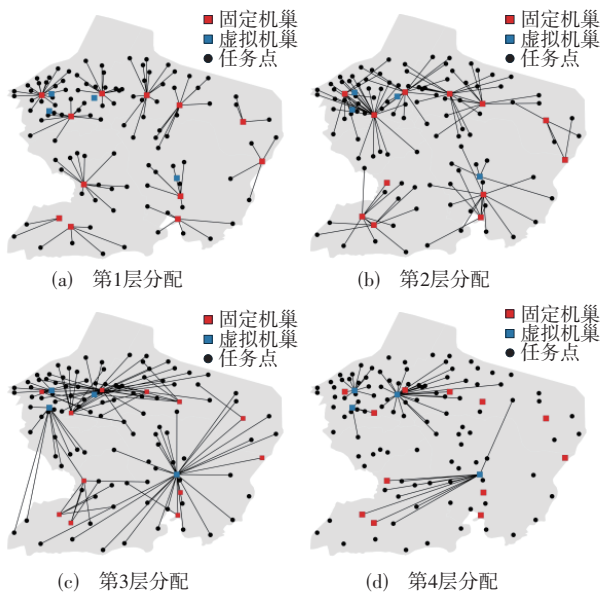


图4 机巢选址与多层级分配结果

Fig. 4 Results of nest location and multi-level assignment

的固定机巢覆盖;第3层分配结果如图4(c)所示,可以看出,55个任务点分配至固定机巢,其余58个任务点分配至虚拟机巢,显示出在更高层级中备用固定机巢的覆盖比例下降,系统逐步依赖虚拟机巢作为补充;图4(d)展示了第4层的分配结果,可以看出,剩余未被分配至固定机巢的55个任务点全部分配至虚拟机巢,固定机巢不再承担额外的任务覆盖。整体来看,该分配结果反映出多层级冗余结构在前2层能够提供较高的固定机巢覆盖率,从而有效降低失效风险;而在更高层级中,虚拟机巢的介入显著增强了系统在极端失效情境下的任务可达性与鲁棒性。此外,即便最大常规机巢层数设置为3层,部分任务点在未达到最高层级时就直接分配至虚拟机巢,以避免额外建设支出、降低系统总成本。对比西

北人口高密度地区和东南部低密度区可以发现,高密核心区因任务频率与需求强度较高,任务点对备用机巢的依赖更强,固定机巢在低至中层(1~3层)冗余中保持主导,以保障高频任务的稳定覆盖;相对而言,低密区域受点距大与边际覆盖收益递减影响,冗余自第3层起即提前转向虚拟机巢,以在满足可达性的同时控制单位覆盖成本。

3.3 算法对比

为验证所提算法的有效性,本文将该算法与Gurobi求解器和邻域搜索算法进行对比,其中邻域搜索算法采用第2.3.2节中的参数,迭代次数设置为20 000次。试验基于3个不同规模的实例展开。除第3.1节中提到的包含117个任务点的中等算例外,还构造了2个不同规模的补充算例,分别对应小规模和大规模情景。小规模算例选取大连市中山区北部区域,面积约20 km²,包含43个任务点;大规模算例覆盖中山区、沙河口区与西岗区,区域面积约为122 km²,共包含285个任务点。除了第3.1节中的默认参数外,设置 $|L|=3$, p 分别取0.05、0.10、0.20和0.40,设定算法最大运行时间为3 600 s,算法对比结果如表3所示。

分析表3可以看出:对于小规模算例,本文算法和Gurobi均能找到最优解,所提算法的平均计算时间为20.59 s,相比于Gurobi的48.52 s降低了57.56%。在中等规模算例中,Gurobi在所有情形下均获得了最优解,平均求解时间为1 182.98 s;所提算法在 $p=0.1$ 和 $p=0.4$ 时获得了最优解,在 $p=0.05$ 和 $p=0.20$ 时存在微小误差,平均间隙1为0.58%,平均间隙2为0.03%,平均求解时间为131.72 s,比Gurobi求解器降低88.86%。在大规模算例中,Gurobi求解器未能在限定时间内求得可行解,而所提算法的平均求解时间为429.47 s,平均间隙1为2.04%。此外,邻域搜索在全部算例中虽耗时均更短,但仅在一个小规模算例上达到最优,其余算例未能找到最优解,说明当去除拉格朗日松弛框架仅采用上界改进的邻域搜索时,整体效果不佳。综上所述,所提算法在确保解质量的同时具备更优的计算效率,尤其在大规模问题中展现出较强的工程适应性。

3.4 灵敏度分析

3.4.1 机巢服务半径的影响

为分析机巢服务半径对系统成本和机巢数量的影响,在 $|L|=3$ 、 $p=0.20$ 且其余参数按照第3.1节

表 3 算法对比结果

Table 3 Comparison of algorithms

算例规模	p	本文算法					Gurobi		邻域搜索算法	
		上界/元	下界/元	间隙 1/%	间隙 2/%	计算时间/s	最优值/元	计算时间/s	最优值/元	计算时间/s
43	0.05	105 184. 15	104 318. 98	0.82	0.00	15. 40	105 184. 15	45. 36	109 337. 47	14. 37
	0.10	114 958. 47	114 393. 89	0.49	0.00	23. 89	114 958. 47	47. 68	115 282. 68	15. 35
	0.20	131 409. 26	130 264. 34	0.87	0.00	24. 22	131 409. 26	52. 19	131 409. 26	15. 87
	0.40	199 953. 00	199 016. 53	0.46	0.00	16. 84	199 953. 00	48. 87	201 353. 17	12. 77
117	0.05	341 427. 73	339 216. 62	0.65	0.12	140. 04	341 019. 17	874. 98	346 427. 35	89. 30
	0.10	374 218. 52	372 235. 16	0.53	0.00	157. 28	374 218. 52	1 149. 77	377 794. 63	72. 04
	0.20	437 152. 96	434 805. 52	0.54	0.00	112. 66	437 140. 04	1 284. 42	442 392. 88	65. 54
	0.40	618 732. 27	615 276. 77	0.58	0.00	114. 97	618 732. 27	1 422. 75	623 721. 91	66. 88
285	0.05	802 045. 38	778 385. 04	2.95		521. 33		3 600. 00	818 810. 07	430. 02
	0.10	879 347. 98	861 936. 89	1.98		487. 25		3 600. 00	887 876. 48	433. 98
	0.20	1 021 561. 95	1 003 963. 52	1.72		267. 25		3 600. 00	1 031 273. 42	411. 06
	0.40	1 466 341. 79	1 444 221. 75	1.51		444. 06		3 600. 00	1 483 952. 38	402. 59

注:“间隙 1”表示所提算法计算得到的上下界之间的相对误差,“间隙 2”表示所提算法获得的上界与 Gurobi 求解器获得的最优解之间的相对误差,加粗的结果表示算法横向对比中的最优表现。

设置,调整 R 并对比优化结果。图 5 给出了当服务半径由 1~6 km 分步递增时,系统总成本、建设成本、巡检成本、人工巡检成本及机巢数量的变化。可以看出:随着服务半径的增加,系统总成本逐步下降并趋于稳定,当服务半径超过约 3 km 时,边际效益显著减弱。服务半径的变化对成本结构产生了明显影响,其中建设成本随半径的增大呈单调下降趋势,在半径较小时,为满足覆盖需求需布设更多机巢,建设成本处于较高水平;随着半径增大,机巢数量迅速减少,建设成本显著降低。无人机巡检成本则表现出先下降后上升的变化规律,初期由于覆盖范围扩大、平均巡检距离缩短而下降,当半径过大时,巡检路径变长导致成本回升,但其波动对总成本的影响不显著。总体来看,总成本的下降主要归因于建设成本的降低;人工巡检成本是指在所有常规机巢均失效的情况下,为完成巡检任务而采用人工方式产生的替代成本,人工巡检成本在半径较小时随半径增大显著下降,随后趋于稳定。

3.4.2 机巢建设单价的影响

如式(1)所示,机巢的建设单价为其采购、安装和维护三部分之和。在分析机巢建设单价对系统的影响时,安装和维护费用等参数按第 3.1 节设置,仅调整机巢采购单价 c_j 。图 6 展示了当建设单价由 1 万元递增至 5 万元时,系统总成本、建设成本、巡检成本、人工巡检成本及机巢数量的变化。可以看出:系统总成本随机巢建设单价的提高呈近似线性增长趋势;机巢数量与建设单价呈明显负相关关系,建设

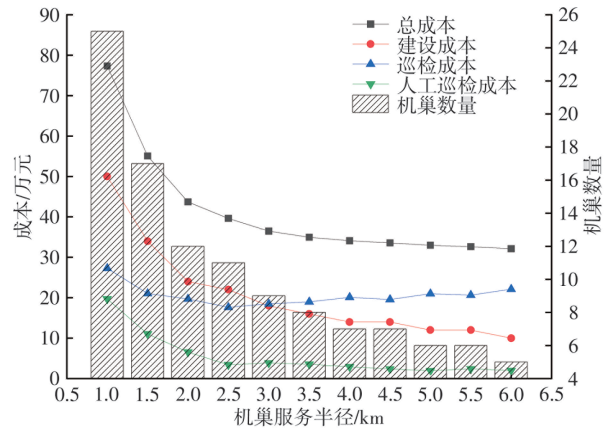


图 5 机巢服务半径对系统成本的影响

Fig. 5 Impact of nest service radius on system cost

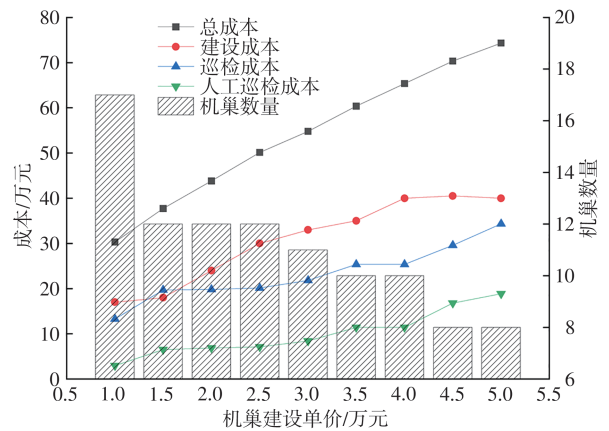


图 6 机巢建设单价对系统成本的影响

Fig. 6 Impact of nest construction unit cost on system cost

单价越高,系统为降低建设支出而减少机巢布设,从而导致巡检距离延长并推高巡检成本。具体而言,

建设成本与巡检成本均与建设单价的提高而呈正相关,但变化趋势存在明显差异:建设成本的增长幅度在建设单价较低时较大,随后逐渐减缓,这是由于建设单价升高促使系统减少机巢数量,从而部分抵消单价上涨带来的成本增加;而巡检成本在建设单价较低时增长较慢,随着建设单价继续升高,其增长速度逐渐加快,主要原因是机巢数量减少导致平均巡检距离延长。人工巡检成本亦随建设单价上升而增加,其变化趋势与巡检成本基本一致。

3.4.3 无人机单位飞行价格的影响

为分析无人机单位飞行价格对系统成本和机巢数量的影响,在 $|L|=3$ 、 $p=0.20$ 且其余参数按第3.1节默认的条件下,调整无人机单位飞行价格 α

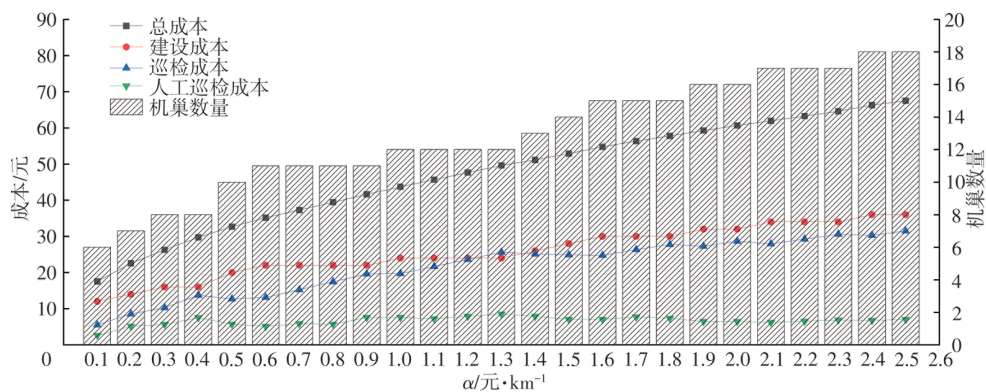


图7 无人机单位飞行价格对系统成本的影响

Fig. 7 Impact of unit flight cost of UAVs on system cost

4 结 语

(1)面向智慧城市管理中的城管事件巡查需求,提出通过部署无人机机巢实现自动化巡查的模式,并在考虑机巢失效风险的条件下,构建多层次冗余设计的选址-任务分配联合优化模型,提出基于拉格朗日松弛的混合算法进行求解。通过3种规模的实际案例验证表明,所提方法在小型和中型问题中能够保持高质量解,求解时间比Gurobi求解器最高缩短88.86%;在大规模问题中亦可在较短时间内获得高质量可行解。

(2)多层次冗余设计在提升系统鲁棒性和降低系统总成本方面效果显著。在中山区案例中,96.6%的任务点至少具备1层备份覆盖;无冗余时总成本为72.36万元,设置3层冗余后降至43.72万元,降幅达39.59%。但当层级数超过3层后,总成本下降幅度趋缓,边际效益明显减弱。综合来看,提高备份层级是降低系统风险与总成本的有效手段,但过度冗余带来的额外建设投入需结合实际可靠性

并对比优化结果,其中人工代替巡检的单位成本 β 始终设定为 α 的10倍。图7给出了 α 由 $0.1 \text{元} \cdot \text{km}^{-1}$ 至 $2.5 \text{元} \cdot \text{km}^{-1}$ 线性递增时,系统总成本、建设成本、巡检成本、人工巡检成本及机巢数量的变化。可以看出:系统总成本随 α 的上升几乎呈线性增长; α 的提高使建设成本与巡检成本呈现近似相同的线性增长趋势,这表明系统通过增加机巢数量以缩短巡检距离,从而在一定程度上抵消巡检成本的增长幅度;从成本结构看,在 α 较小时,巡检成本约占总成本的1/3,随后逐步上升并稳定在约1/2;此外,人工巡检成本受 α 的变化影响极小,整体保持稳定,表明在多层级布局条件下,充足的冗余设计能够有效减少对人工替代巡检的依赖程度。

需求权衡取舍。

(3)在机巢采购单价、无人机单位飞行价格相同的情况下,机巢服务半径对巡检总成本的影响较小,对总成本、建设成本、机巢数量和成本结构有较大影响。随着机巢服务半径增加,总成本、建设成本和机巢数量先呈下降趋势,随后趋于稳定,而巡检总成本基本保持不变,表明适度扩大半径可降低成本,但继续增加半径对成本的改善作用有限。

(4)在机巢服务半径与无人机单位价格相同的情况下,机巢采购单价对成本结构的影响较小,与总成本、建设成本、巡检成本和人工巡检成本均呈正相关关系,与机巢数量呈负相关关系。在机巢服务半径和采单价相同的情况下,无人机单位飞行价格对成本结构和人工巡检成本基本没有影响,与总成本、建设成本和巡检成本呈明显线性正相关。

(5)本研究在数据试验中对机巢失效概率和机巢建设成本采用了统一数值设定。未来可结合实际统计数据,引入机巢负荷与失效概率之间的关联关系,探讨机巢失效相关性建模,并考虑环境与任务的不确

定性因素,以进一步提升模型的适用性与鲁棒性。

参考文献:

Reference:

- [1] 刘磊. 街头政治的形成:城管执法困境之分析[J]. 法学家, 2015(4):31-47,177.
LIU Lei. The formation of the street politics: An analysis of the predicament of Chengguan's law enforcement [J]. The Jurist, 2015(4): 31-47, 177.
- [2] 彭仲仁,刘晓锋,张立业,等. 无人飞机在交通信息采集中的研究进展和展望[J]. 交通运输工程学报,2012,12(6):119-126.
PENG Zhong-ren, LIU Xiao-feng, ZHANG Li-ye, et al. Research progress and prospect of UAV applications in transportation information collection[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2012, 12(6): 119-126.
- [3] 赵兴科,李明磊,张弓,等. 基于显著图融合的无人机载热红外图像目标检测方法[J]. 自动化学报,2021,47(9):2120-2131.
ZHAO Xing-ke, LI Ming-lei, ZHANG Gong, et al. Object detection method based on saliency map fusion for UAV-borne thermal images[J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(9): 2120-2131.
- [4] 冯棣坤,张洪海,华明壮,等. 面向城市低空物流的多层异质起降场点网络协同规划[J]. 交通运输工程学报,2026,26(2): 110-124.
FENG Di-kun, ZHANG Hong-hai, HUA Ming-zhuang, et al. Multi-layer heterogeneous take-off and landing site network collaborative planning for urban low-altitude logistics [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2026, 26(2): 110-124.
- [5] 马涛,吴俊,唐樊龙,等. 基于多源数据与大模型的无人机巡航风险识别技术[J]. 交通运输工程学报,2026,26(3): 75-88.
MA Tao, WU Jun, TANG Fan-long, et al. Unmanned aerial vehicle cruise risk identification technology based on multi-source data and large models[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2026, 26(3): 75-88.
- [6] HONG I, KUBY M, MURRAY A T. A range-restricted recharging station coverage model for drone delivery service planning [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2018, 90: 198-212.
- [7] GENTILI M, MIRCHANDANI P B, AGNETIS A, et al. Locating platforms and scheduling a fleet of drones for emergency delivery of perishable items [J]. Computers & Industrial Engineering, 2022, 168: 108057.
- [8] GHELICHI Z, GENTILI M, MIRCHANDANI P B. Logistics for a fleet of drones for medical item delivery: A case study for Louisville, KY[J]. Computers & Operations Research, 2021, 135: 105443.
- [9] 叶深文,张钢,罗志勇. 无人机集群巡检道路的航线规划与分布式机场选址方法[J]. 广东工业大学学报,2023,40(5): 64-72.
YE Shen-wen, ZHANG Gang, LUO Zhi-yong. Route planning and distributed airport site selection method for UAV swarm road inspection [J]. Journal of Guangdong University of Technology, 2023, 40(5): 64-72.
- [10] KABASHKIN I, KULMURZINA A, NADIMOV B, et al. Synchronized multi-point UAV-based traffic monitoring for urban infrastructure decision support [J]. Drones, 2025, 9(5): 370.
- [11] 戴永东,黄政,高超,等. 多目标优化最低代价无人机机巢选址方法研究[J]. 重庆大学学报,2023,46(6):136-144.
DAI Yong-dong, HUANG Zheng, GAO Chao, et al. A UAV nest deployment method with multi-target optimization and minimum cost [J]. Journal of Chongqing University, 2023, 46(6): 136-144.
- [12] 高云飞,胡钰林,刘鸣柳,等. 多无人机输电线路巡检联合轨迹设计方法[J]. 电子与信息学报,2024,46(5):1958-1967.
GAO Yun-fei, HU Yu-lin, LIU Ming-liu, et al. Joint multi-UAV trajectory design for power line inspection [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2024, 46(5): 1958-1967.
- [13] ZHAO F, MO W H, HU Y, et al. Efficiently optimizing drone nest deployment for transmission line inspection based on heuristic algorithm[C]//IEEE. 2023 China Automation Congress (CAC). New York: IEEE, 2023: 9326-9331.
- [14] CAI L, LI J L, WANG K, et al. Optimal allocation and route design for station-based drone inspection of large-scale facilities [J]. Omega, 2025, 130: 103172.
- [15] HUANG Z, WANG H X, TANG Y M, et al. A two-stage location-allocation optimization method for fixed UAV nests in power inspection considering node failure scenarios [J]. Sensors, 2025, 25(4): 1089.
- [16] DASKIN M S. A maximum expected covering location model: Formulation, properties and heuristic solution [J]. Transportation Science, 1983, 17(1): 48-70.
- [17] SNYDER L V, DASKIN M S. Reliability models for facility location: The expected failure cost case [J]. Transportation Science, 2005, 39(3): 400-416.
- [18] CUI T T, OUYANG Y F, SHEN Z M. Reliable facility location design under the risk of disruptions [J]. Operations Research, 2010, 58: 998-1011.
- [19] SHEN Z J M, ZHAN R L, ZHANG J W. The reliable facility location problem: Formulations, heuristics, and approximation algorithms [J]. INFORMS Journal on Computing, 2010, 23(3): 470-482.
- [20] YUN L F, FAN H Q, LI X P. Reliable facility location design with round-trip transportation under imperfect information part II: A continuous model [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2019, 124: 44-59.
- [21] YUN L F, WANG X F, FAN H Q, et al. Reliable facility location design with round-trip transportation under imperfect information Part I: A discrete model [J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2020, 133: 101825.

- [22] 黄志文,李鸿旭,钟元芾,等. 不确定条件下战时应急物资配送中心选址研究[J]. 计算机工程与应用,2023,59(4):269-279.
HUANG Zhi-wen, LI Hong-xu, ZHONG Yuan-Fu, et al. Study on emergency distribution center location in wartime under uncertainty[J]. Computer Engineering and Applications, 2023, 59(4): 269-279.
- [23] 孙华丽,项美康. 设施失灵风险下不确定需求应急定位-路径鲁棒优化研究[J]. 中国管理科学,2020,28(2):199-207.
SUN Hua-li, XIANG Mei-kang. Robust optimization for emergency location-routing problem with uncertain demand under facility failure risk[J]. Chinese Journal of Management Science, 2020, 28(2): 199-207.
- [24] 李卓伦,陆建,王学瑞,等. 城市物流无人机起降点与卡车停靠点协同选址方法[J]. 交通运输工程学报,2026,26(3): 89-105.
LI Zhuo-lun, LU Jian, WANG Xue-rui, et al. Collaborative location method for drone vertiport and truck parking point in urban logistics [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2026, 26(3): 89-105.
- [25] 李 珊,张洪海,李卓伦. 城市低空物流无人机立体航路网络规划方法[J/OL]. 交通运输工程学报,2026,https://doi.org/10.19818/j.cnki.1671-1637.2026.163.
- LI Shan, ZHANG Hong-hai, LI Zhuo-lun. Planning method for three-dimensional air route network of urban low-altitude logistics drones[J/OL]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2026, https://doi.org/10.19818/j.cnki.1671-1637.2026.163.
- [26] SHERALI H D, ALAMEDDINE A. A new reformulation-linearization technique for bilinear programming problems[J]. Journal of Global Optimization, 1992, 2(4): 379-410.
- [27] MLADENOVIC N, BRIMBERG J, HANSEN P, et al. The *P*-median problem: A survey of metaheuristic approaches[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 179(3): 927-939.
- [28] LIM M, DASKIN M S, BASSAMBOO A, et al. A facility reliability problem: Formulation, properties, and algorithm [J]. Naval Research Logistics (NRL), 2010, 57(1): 58-70.
- [29] FISHER M L. The Lagrangian relaxation method for solving integer programming problems [J]. Management Science, 1981, 27(1): 1-18.
- [30] YUN L F, QIN Y, FAN H Q, et al. A reliability model for facility location design under imperfect information[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2015, 81: 596-615.