

文章编号:1671-1637(2026)05-0234-12

高速公路混行车流运行安全风险评估方法

闫晟煜¹, 刘虹希², 郑鑫¹, 郭恺雯³, 刘杨¹, 冯干¹, 牛世峰^{*1}

(1. 长安大学汽车学院, 陕西西安 710018; 2. 中国刑事警察学院公共基础教研部, 辽宁沈阳 110854;
3. 陕西汽车控股集团有限公司, 陕西西安 710200)

摘要:基于收费数据,考虑车流构成和安全风险成因,确定了车流饱和度、重型货车混入率为影响事故率的2个关键参数,提出了每个参数的算法、阈值及生成流程;模型采用Pearson相关系数法分析了参数之间的独立性,引入变异系数分析了参数与事故率之间的离散度;通过模拟昆虫在不同食物密度下的进食特征,结合多项式拟合方法,提出了高速公路混行车流运行安全风险评估模型;采用Taylor级数展开法和Levenberg-Marquardt算法分别完成模型求解和迭代过程;基于四川省域684个实例路段的数据确定了模型的待标定参数,验证了模型的可行性。研究表明:安全风险评估模型能够有效反映各路段事故率的特征;模型迭代523次后离散统计量达到1%的误差要求,耗时1.42s;车流饱和度、重型货车混入率对事故率的致因分别符合Peal-Reed模型、三次多项式的特征;当车流饱和度为33%且重型货车混入率为71%时,混行车流运行安全风险达到最大值;以路段事故率在[0.01, 1.03]内按10.20%递增且通过合并分组后发现,路段事故率划分为5个等级且搭配5种配色可清晰地表达路网安全风险状况;以85%、15%分位数划分重型货车混入率、车流饱和度可实现对参数取值范围的全覆盖。安全风险评估方法对动态监测高速公路交通安全、指导应急资源选址配额、配置警力与路政、疏散车流等研究有重要价值。

关键词:交通安全;高速公路;运行安全风险;收费数据;昆虫进食特征;车流饱和度;重型货车混入率
中图分类号:U491.2 **文献标志码:**A **DOI:**10.19818/j.cnki.1671-1637.2026.035

Estimation method of operational safety risk for mixed traffic flow on expressway

YAN Sheng-yu¹, LIU Hong-xi², ZHENG Xin¹, GUO Kai-wen³, LIU Yang¹,
FENG Gan¹, NIU Shi-feng^{*1}

(1. School of Automobile, Chang'an University, Xi'an 710018, Shaanxi, China; 2. Department of Basic Studies, Criminal Investigation Police University of China, Shenyang 110854, Liaoning, China;
3. Shaanxi Automobile Group Co., Ltd., Xi'an 710200, Shaanxi, China)

Abstract: Based on toll collection data, this study identified two key parameters affecting accident rates by considering traffic flow composition and the causes of safety risks; traffic flow saturation and the mixing rate of heavy-duty trucks. The algorithm, threshold values, and generation process for each parameter were proposed. The Pearson correlation coefficient method was

出版历程:2024-06-25 收稿,2025-03-15 修回,2025-04-30 录用

基金项目:教育部基础学科和交叉学科突破计划(JYB2025XDXM104);国家重点研发计划(2023YFB3209803);国家自然科学基金项目(52372322);陕西省重点研发计划(2025CY-YBXM-064);中央高校基本科研业务费专项资金项目(300102224206)

作者简介:闫晟煜(1987-),男,黑龙江绥化人,教授,博士生导师,工学博士,E-mail:leo9574@163.com。

*通信作者:牛世峰(1982-),男,山西忻州人,教授,博士生导师,工学博士,E-mail:nfsf30@chd.edu.cn。

引用格式:闫晟煜,刘虹希,郑鑫,等.高速公路混行车流运行安全风险评估方法[J].交通运输工程学报,2026,26(5):234-245.

Citation:YAN Sheng-yu, LIU Hong-xi, ZHENG Xin, et al. Estimation method of safety risk for mixed traffic flow on expressway[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2026, 26(5): 234-245.

employed to analyze the independence between the two parameters, and the coefficient of variation was introduced to examine their dispersion relative to the accident rate. By simulating insect feeding characteristics under varying food densities and incorporating polynomial fitting, a safety risk assessment model for mixed traffic flow on expressways was developed. The model was solved using the Taylor series expansion method and iteratively optimized with the Levenberg-Marquardt algorithm. The model's parameters were calibrated using data from 684 expressway sections in Sichuan Province, and its feasibility was verified. The research results indicate that the proposed safety risk assessment model effectively captures the accident rate characteristics of different sections. After 523 iterations, the model achieves a discrete statistical error of 1%, requiring only 1.42 s. The influence of traffic flow saturation and the mixing rate of heavy-duty trucks on the accident rate aligns with the Peal-Reed model and a cubic polynomial model, respectively. The safety risk of mixed traffic flow peaks when traffic flow saturation reaches 33% and the mixing rate of heavy-duty trucks reaches 71%. By incrementally increasing the accident rate by 10.20% within [0.01, 1.03] and subsequently merging groups, it is found that dividing the accident rate into five levels, each represented by a distinct color scheme, can clearly illustrate the safety risk status of the expressway network. Using the 85th and 15th percentiles to define the mixing rate of heavy-duty trucks and traffic flow saturation, respectively, ensures comprehensive coverage of the parameter ranges. The proposed safety risk assessment method holds significant value for dynamically monitoring expressway traffic safety, guiding the allocation of emergency resources, optimizing the deployment of police and road administration personnel, and facilitating evacuation strategies.

Keywords: traffic safety; expressway; operational safety risk; toll collection data; insect feeding characteristic; traffic flow saturation; mixing rate of heavy-duty truck

Publication history: Received 2024-06-25; Received in revised form 2025-03-15; Accepted 2025-04-30

Funding: Fundamental and Interdisciplinary Disciplines Breakthrough Plan of the Ministry of Education (JYB2025XDXM104); National Key R&D Program of China (2023YFB3209803); National Natural Science Foundation of China (52372322); Key R&D Program of Shaanxi Province (2025CY-YBXM-064); Fundamental Research Funds for the Central Universities (300102224206)

* **Corresponding author:** NIU Shi-feng, professor, PhD, E-mail: nsf530@chd.edu.cn.

0 引言

高速公路混行车流是指为提高通行效率,高速公路采用客车与货车混行模式运营下的交通流状态。中国高速公路以省级行政区划管理辖区,虽然一些省域已有少量的客车或货车专用路段,但各省域高速公路车流主体形式仍为客货车混行车流。高速公路交通事故形态分为车辆间事故、车辆与车事故和单车事故,2019年事故数占比分别为67.86%、12.31%和19.83%。2015~2019年,中国高速公路上在行驶的车辆之间发生的事故数占车辆间事故总数(含其中一车静止的情况)的比例为66.78%~73.06%^[1]。由于货车轴距多大于客车,转向时覆盖道路的面积大,当客车车流中混入一定

比例的重型货车会引起行车风险增加^[2]。根据2008~2019年统计数据^[3],不同货车混入率引起客货车辆速度差为23.56~34.42 km·h⁻¹,当客车以4 m·s⁻²的减速度制动至客货车速一致时,留给驾驶人的制动时间仅为1.64~2.39 s,这其中还包括驾驶人的辨识与操作时间。车辆行车安全风险在自由流、稳定流、不稳定流、饱和流和阻塞流等状态下的规律不同^[4],先前的研究发现:车流饱和度在0.40~0.60时安全风险最大^[5]。因此,车流饱和度、重型货车混入率是影响路段行车安全风险的两个关键参数,而高速公路联网收费数据(Toll Collection Data, TCD)具有全覆盖、高精度的特点,随着TCD质量的逐步完善,开展这些关键参数动态画像的时机和条件均已具备^[6]。

以往研究的切入点主要为交通流特征参数与行车安全的内在关系和考虑单一参数的行车安全风险评估。以车流饱和度为切入点的研究集中在:车流饱和度与事故率的关系、车流饱和度对安全风险评估与预测的影响等方面,典型研究有:Wagner 等^[7]运用柏林市交通事故数据库,研究事故率与车流饱和度的二阶多项式关系;Shew 等^[8]运用分类树与神经网络,建立车流饱和度与事故率模型并评估安全风险;Behbahani 等^[9]通过服务能力、速度等指标,对比 4 种神经网络应用在交通事故分析中的优势;Parsa 等^[10]采用 XGBoost 技术,通过事故前后的 AADT 和实时速度来检测事故率;付存勇等^[11]基于事故位置上下游的车流饱和度监测数据,运用随机森林模型预测事故风险;Lin 等^[12]运用 FP-tree 变量选择法与对象纯度比,提出事故风险预测模型;徐铖铖等^[13]运用 Fisher 判别分析法,建立交通流参数的线性组合来判断安全风险;吉小进等^[14]基于事故数据通过回归分析得到 V/C 与事故率呈“U”型关系;孟祥海等^[15]基于交通量与事故次数,提出基于负二项分布的路段安全性评价方法,通过标定 Greenshields 模型确定了各路段的通行能力。

高速公路混行车流的安全风险与客货车辆的运行状态密切相关,其根源在于客货车辆驾驶行为存在显著的异质性,已有研究多采用货车混入率评估安全风险的方法,主要为元胞自动机、遗传寻优算法和回归模型等,典型研究有:Yang 等^[16]提出单车道客货车辆异质交通流的元胞自动机模型;Kong 等^[17]通过对比客货车辆驾驶行为的差异性,提出改进异构组合效应的事故风险元胞自动机模型,证明货车混入率对交通流稳定性有显著影响;Mehrara Molan 等^[18]根据拥堵类型、货车混入率等参数,对交通阻塞路段的事故风险进行排序;张兰芳等^[19]选取货车混入率作为支持向量机的特征变量,运用遗传算法对行车安全风险模型进行寻优决策。多位学者证实了货车混入率会引起客货速度差问题,研究了事故发生前的车速分布来评估安全风险,典型研究有:Sinha 等^[20]运用 VISSIM 微观模拟自动驾驶车辆的运动学变量与事故严重程度的关系;Soriguera 等^[21]基于双环检测器数据,提出利用 TMS 估计 SMS 的概率方法和预期估计误差算法;谢恩怡^[22]从横向干扰等多角度探寻车速离散规律与特征,构建车速离散性致因层次结构模型;郭延永等^[23]研究网联自动驾驶道路交通安全研究发展历程、研究归属地、研究主题与内容、研究热点并指出未来发展方向。

现有研究多以交通流参数为切入点,如交通流密度、车头时距、平均速度等,多通过交通流监测设备获取事故现场数据,而尚未基于车流饱和度统筹考虑重型货车对路段事故率的致因机理;已有研究均具有根据事故后特征推断事故前参数规律的特点,难以在事故前动态监测行车安全风险;相比于 TCD 的应用,安装环形线圈等设备存在不够经济、可溯性不佳等问题,现有研究中,鲜见综合考虑车流饱和度、重型货车混入率 2 个参数评估省域高速公路混行车流运行安全风险评估方法的成果^[24]。鉴于此,本文基于高速公路 TCD,分别研究车流饱和度和重型货车混入率的分布规律及对混行车流运行安全风险的致因机理,提出行车安全风险指数评估模型,确定各路段安全风险状况,用于指导交通事故防范、车流疏散管理、应急资源调度等工程应用的有序实施,为潜在致因机理分析、复杂冲突动态监控等理论研究提供支撑。

1 安全风险影响参数的算法与实现

1.1 参数算法

重型货车混入率、车流饱和度算法是在满足约束条件下通过大数据运算来实现的。高速公路 TCD 用于混行车流安全风险评估的关键字段有入口时间、入口站点、出口时间、出口站点、车型、行驶里程等^[25]。按照《收费公路车辆通行费车型分类》(JT/T 489—2019)的规定^[26]:客车分为 1~4 类,货车分为 1~6 类。为简化符号运用,采用 i 来综合表达客货车型,即 $i=1\sim 4$ 对应 1~4 类客车, $i=5\sim 10$ 对应 1~6 类货车。

高速公路上,1、2 类货车的长度不大而车流量大,且平均速度接近 $75 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$,与 3、4 类客车的平均速度持平,对混行车流运行安全风险的影响明显小于 3~6 类货车,因而在筛选货车数据时,应以重型货车为准来计算混入率。重型货车为车长超过 6 m 且总质量超过 12 t 的载货汽车统称,在 JT/T 489—2019 中体现为 3 轴及以上货车,即 3~6 类货车($i=7\sim 10$)。设 j 为路段,记重型货车混入率 M_j 为 3~6 类货车在客货混行车流中的折算交通量比例;参照《公路工程技术标准》(JTG B01—2014)中的各车型折算系数 k_i ,将自然交通量转为折算交通量来换算车流饱和度 S_j ,路侧干扰系数和驾驶人特征系数均取 1.00,车道数系数取 0.99,令设计时速为 120、100 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ 的单车道基准通行能力分别为 C_1 、 C_2 , M_j 和 S_j 的算法见表 1。

表 1 行车安全风险参数计算方法

Table 1 Calculation method for driving safety risk parameters

关键参数	计算方法	TCD 约束条件	符号定义
车流饱和度 S_j	$S_j = \sum_{i=1}^{10} k_i Q_{ij} / (m_{j1} C_{jd1} + m_{j2} C_{jd2})$ $C_{jd1} = 0.99 C_1 f_{cj}$ $C_{jd2} = 0.99 C_2 f_{cj}$ $f_{cj} = 1 / \left[1 + \sum_{i=1}^{10} P_{ij} (k_i - 1) \right]$	$C_1 = 2\ 200 \text{ pcu} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{车道}^{-1}$ $C_2 = 2\ 100 \text{ pcu} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{车道}^{-1}$ $m_{j1} = 1, 2$ $m_{j2} = 1, 2, 3$	m_{j1} 为 j 路段 $120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 设计时速的车道数; m_{j2} 为 j 路段 $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 设计时速的车道数; C_{jd1} 为 j 路段 $120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 设计时速的通行能力; C_{jd2} 为 j 路段 $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 设计时速的通行能力; f_{cj} 为 j 路段的交通组成系数; P_{ij} 为 i 类车 j 路段的交通量比例; Q_{ij} 为 i 类车 j 路段的自然交通量。
重型货车混入率 M_j	$M_j = \sum_{i=7}^{10} k_i Q_{ij} / \left(\sum_{i=1}^{10} k_i Q_{ij} \right)$	$M_j \in (0, 100\%)$ $t \in (0, 1.440) \text{ min}$ $V_{jk} \in [60, 140] \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ $V_{jh} \in [40, 100] \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$	V_{jk} 为客车 j 路段的车速; V_{jh} 为货车 j 路段的车速; t 为通行时间。

运用 TCD 计算 M_j 时,应满足车辆行驶速度、通行时间均在合理范围之内。考虑到超速(长直线路段等)、低速(爬坡车道等)车辆引发路段安全风险不容忽视,客车最大采样车速为 $140 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$,货车最小采样车速为 $40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$;货车长时间停驶在服务区内,控制车辆在途采样时长在 24 h 内以获得可靠的样本。

1.2 参数生成过程

为简化处理流程,设定 5% 的容忍率,删除微量的异常数据(如重复、错误和缺项等)。通过聚合 TCD 形成任意 OD 的交通量矩阵,导入 TransCAD 拓扑图中,实现重型货车混入率和车流饱和度 2 个参数的交通分配。参数生成过程见图 1。

根据路段 ID,通过 TransCAD 对不同车型 i 进行交通分配得到路段折算交通量,2 个参数均以此为计算依据。

1.3 参数算法实现

S_j 和 M_j 由表 1 中的算式获得,计算 TCD 中 $i=7 \sim 10, i=1 \sim 10$ 的 $k_i Q_i$,分别分配到 j 路段上可得 M_j 。运用 SQL 查询 TCD,获得 i 类车的折算交通量 OD(含入口站、出口站和折算交通量字段),导入 TransCAD 省域高速公路网拓扑图中;对于缺少折算交通量数值的 OD,将其赋值为 0;按照最短路径的分配原则,完成折算交通量 OD 分配,TransCAD 会自动将每对 OD 的折算交通量在每条分配路段上累计相加,获得 j 路段的 P_{ij} 后计算 f_{cj} ,得到 C_{jd1}, C_{jd2} 。静态车道数 m_{j1}, m_{j2} 由主管部门提供,代入 S_j 算式完成计算。

为验证算法实现的可操作性和分析参数离散度,随机选取 6 个典型试验路段,获得相应的参数数

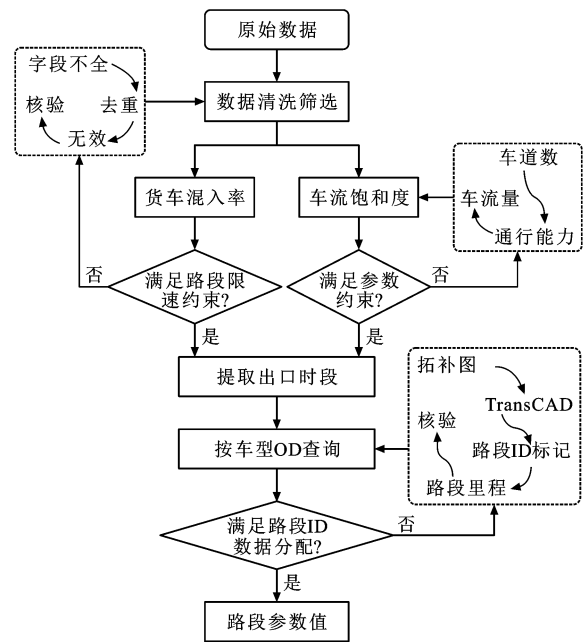


图 1 关键参数的高速公路 TCD 处理流程

Fig. 1 TCD processing flow of key parameters on expressway 据,根据 S_j 和 M_j 的计算结果与参数分级,参数算法实现的效果见图 2。

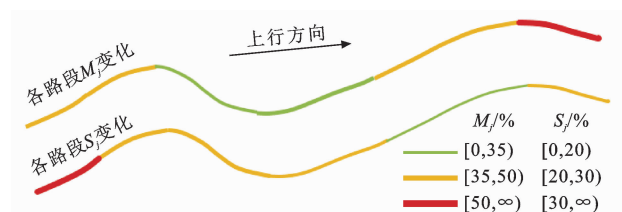


图 2 行车安全风险参数算法实现效果

Fig. 2 Algorithm implementation effect of driving safety risk parameters

由图 2 可见:6 个试验子路段内 S_j 和 M_j 算法均可实现。鉴于试验路段选取的随机性,对于任意

给定的折算交通量 OD,按照表 1 中算式和 TransCAD 的参数数据分配流程,可确保 S_j 和 M_j 的精细化计算。

2 影响参数与事故率的关系

2.1 参数相关性与离散度分析

S_j 与 M_j 相互独立是路段安全风险建模的基础,采用 Pearson 相关系数评估参数相关性,设 S_j 与 M_j 相关性系数为 R_{ms} ,对 S_j 和 M_j 采用线性归一化处理。当 $|R_{ms}| \leq 0.20$ 时,认为 S_j 与 M_j 不相关。

从表 1 中可以看出, M_j 表征 j 路段内整体车流中重型货车的混入程度, S_j 表征 j 路段内车流量的大小,二者互为无关变量, M_j 与 S_j 之间的参数独立

性还应通过实例数据加以证明。选取四川省域 57 个路段管理处(共 684 个路段)为实例,计算 TCD 中每个 OD 的 M_j 和 S_j 并完成 TransCAD 分配,得到上行、下行的 $|R_{ms}|$ 分别为 0.020、0.172,均不超过 0.20,表明 M_j 与 S_j 相互独立。

高速公路交通阻断常分为自然灾害、交通事故、非灾害性阻断、计划维护养护和大型活动任务等,提取交通事故数,将 j 路段交通事故数与里程的比值折算为每日 100 km 路段的事故次数,记为 Z_j 。为评估 j 路段内 S_j 和 M_j 的离散程度,引入变异系数 $d^{[27]}$,计算 S_j 、 M_j 的变异系数 d 分别为 0.070、1.644。取实例省域 2019 年 1~12 月各路段 S_j 、 M_j 和 Z_j 的变异系数 d 进行三次多项式拟合,结果见图 3。

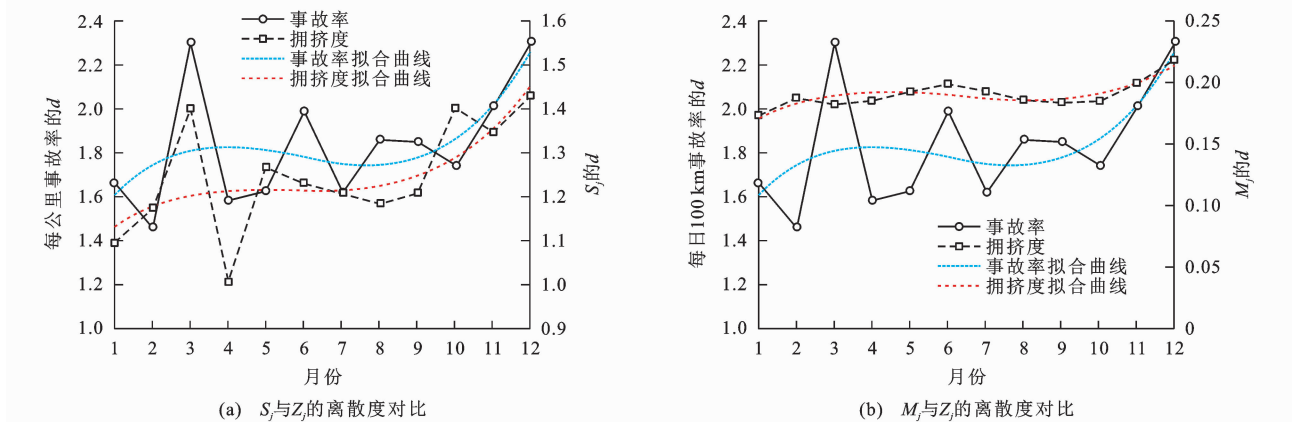


图 3 2019 年 1~12 月 M_j 、 S_j 和 Z_j 的 d 的变化情况

Fig. 3 d values of M_j , S_j and Z_j from Jan. to Dec. in 2019

由图 3 可见: S_j 、 M_j 与 Z_j 的 d 值的总体趋势一致; S_j 偏低致使 4 月的 d 值偏差率较大;3 月内 Z_j 的 d 值大而 M_j 的数据反映不明显。

j 路段的客货速度差 ΔV_j 可通过统计客货车辆的平均速度得到,但 ΔV_j 与 M_j 均与货车有关,存在重叠问题,且 ΔV_j 是货车混入后迫使客车速度降低而引起的现象,并非引发安全风险的基础参数;为验证 M_j 是 ΔV_j 的致因,计算实例省份的 M_j 和 ΔV_j ,研究发现: ΔV_j 可由 M_j 通过多项式数据拟合得到,二次、三次和四次多项式的拟合优度 $|R_{mv}|$ 分别为 71.93%、83.61% 和 91.60%。因此, ΔV_j 与 M_j 强相关, ΔV_j 不能作为影响 Z_j 的关键参数,二者同时使用会引起计算重叠,本文仅考虑 S_j 和 M_j 。由于已证实 S_j 与 M_j 互不相关,则由二者各自拟合的事故率函数可以相加。

2.2 Z_j 随 S_j 的变化分析

先前研究^[28]表明:当 S_j 由自由流向稳定流、不稳定流过渡时, Z_j 呈现先减后增的趋势;当 S_j 由饱

和流向阻塞流过渡, Z_j 持续降低。 S_j 与 Z_j 的理论关系曲线见图 4(a)。根据实例省份 684 个路段的 S_j 计算和分配结果,按照五次多项式拟合得到 S_j 与 Z_j 的关系曲线见图 4(b)。

由图 4(b)可见: S_j 与 Z_j 的理论曲线与拟合曲线趋势一致性较好;五次多项式拟合结果的 R^2 为 0.460,拟合优度欠佳,在 $S_j \in [0.07, 0.17]$ 的自由流区间和 $S_j \in [0.27, 0.37]$ 的稳定流区间内,其拟合值与 Z_j 实际值偏差较大。因此, Z_j 不能由 S_j 通过多项式拟合来计算,为强化 R^2 ,应另寻他法建模。

2.3 Z_j 随 M_j 的变化分析

在客车车流中,逐步混入重型货车会压低客车速度并伴随交通冲突^[29],应至少存在 1 个峰值使 Z_j 先增后减,峰值过后趋于客货车流有效融合, M_j 与 Z_j 的理论关系应为三次多项式曲线(见图 5)。当 $M_j \in [0.80, 1.00]$ 时,各路段内主要为重型货车在行驶,在现实场景中属于极端状况,实例省域 684 个路段数据尚缺少此场景的 TCD 和 Z_j 数据。采用

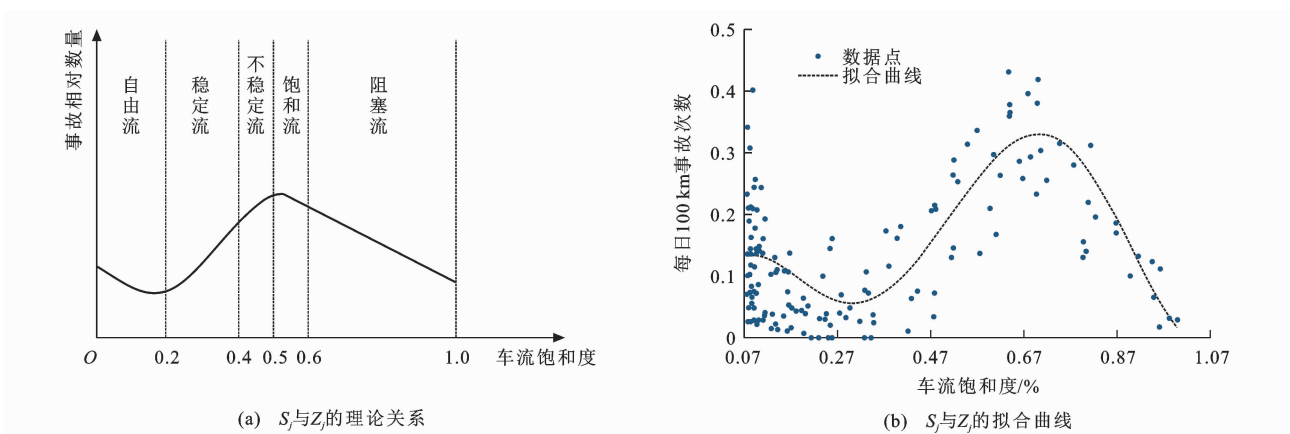


图 4 S_j 与 Z_j 的理论关系与拟合曲线

Fig. 4 Theoretical relationship and fitting curves between S_j and Z_j

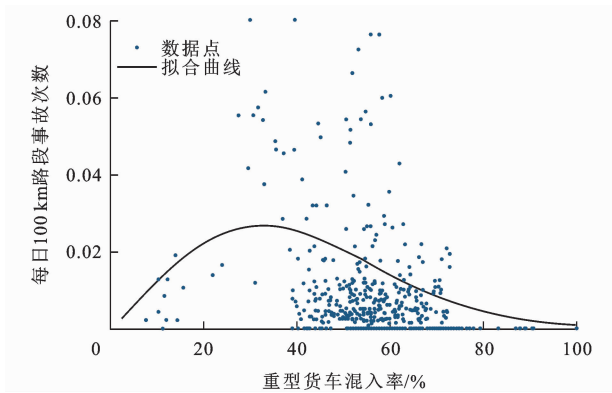


图 5 M_j 与 Z_j 的拟合曲线

Fig. 5 Fitting curve of M_j and Z_j

Lagrange 插值法, 在 $M_j \in [0.80, 1.00]$ 区间内以 0.02 为步长进行分割, 利用 $M_j = 0.80$ 附近的已知 4 个 Z_j 数据, 构建三次多项式, 以 0.02 为步长来逐步补齐 $M_j \in [0.80, 1.00]$ 时的 Z_j 数据, 再对整体 M_j 与 Z_j 数据采用三次多项式进行拟合, 见图 5。由图 5 可知: 经 Lagrange 插值法补齐数据后, Z_j 的整体变化趋势为先增后减; 当 $M_j \in [0.30, 0.80]$ 时, Z_j 存在分布集中且在 30%~40% 内出现峰值; 拟合曲线左端未触及坐标原点, 表明当重型货车开始混入时并未立即发生事故率增长的现象。未经 Lagrange 插值时 R^2 为 0.794, 插值后的三次多项式拟合结果的 R^2 为 0.840, 拟合优度较好。 Z_j 可由 M_j 通过三次多项式拟合来计算。

3 安全风险评估模型构建

3.1 模型建立

鉴于 S_j 与 M_j 相互独立, 构建路段混行车流运行安全风险评估模型

$$Z(S_j, M_j) = Z(S_j) + Z(M_j) + \epsilon \quad (1)$$

$$\epsilon = \epsilon_{s_j} + \epsilon_{m_j} \quad (2)$$

式中: $Z(S_j)$ 为由 S_j 建立的事故率模型; $Z(M_j)$ 为由 M_j 建立的事故率模型; ϵ 为误差项; ϵ_{s_j} 为 $Z(S_j)$ 的误差项; ϵ_{m_j} 为 $Z(M_j)$ 的误差项。

根据 684 个路段上实际事故数据的拟合结果, S_j - Z_j 曲线呈现非稳态波动规律, Z_j 存在双峰, 不稳定流下的峰值高于自由流下的峰值, 不稳定流的峰值过后 Z_j 逐渐趋于 0。这与昆虫在捕食时的进食特征相符, 较小的食物密度下昆虫难以捕捉食物, 进食量下降, 但随着食物密度的增长, 昆虫进食量逐渐增加, 当进食饱和后, 昆虫的进食量又逐渐降低。Peal-Reed 模型常描述昆虫进食特征^[30], 设 Z_{s_j} 为进食量, 则 $Z(S_j)$ 可表示为

$$Z_{s_j} = Z(S_j) + \epsilon_{s_j} \approx Z(S_j) \quad (3)$$

$$Z(S_j) = g_1 / [1 + g_2 \exp(-g_3 S_j - g_4 S_j^2 - g_5 S_j^3)] \quad (4)$$

式中: Z_{s_j} 为由 S_j 引发的事故率; $g_1 \sim g_5$ 均为 $Z(S_j)$ 模型的待标定参数。

根据 684 个路段上实际事故数据的拟合结果, M_j - Z_j 曲线为三次多项式单峰曲线。 $Z(M_j)$ 可表示为

$$Z_{m_j} = Z(M_j) + \epsilon_{m_j} \approx Z(M_j) \quad (5)$$

$$Z(M_j) = g_6 + g_7 M_j + g_8 M_j^2 + g_9 M_j^3 \quad (6)$$

式中: Z_{m_j} 为由 M_j 引发的事故率; $g_6 \sim g_9$ 均为 $Z(M_j)$ 模型的待标定参数。

取任意一组不失一般性的观测值 (S_j, Z_j) , 对 Z_{s_j} 采用 Levenberg-Marquardt 算法来标定参数 $g_k (k=1, 2, \dots, 9)$, 该算法融合了梯度下降法和 Gauss-Newton 迭代法的特点, 能够在不求解二阶导数的情况下进行非线性优化, 对初始参数的依赖性小, 适用于多参数标定过程。模型中待标定参数的目标为

$$\min [Z(g_1, g_2, \dots, g_9)] = \min \sum_{j=1}^n [Z(S_j, M_j) - Z(S_j, g_1, g_2, \dots, g_5) - Z(M_j, g_6, g_7, \dots, g_9)]^2 \quad (7)$$

3.2 模型求解

对 $Z=Z(S_j, M_j, g_1, g_2, \dots, g_9)$ 采用 Taylor 级数在待标定参数 $g_k^{(0)}$ 处展开, 忽略二次及以上的分式项, 令 $\mu_k = g_k - g_k^{(0)}$, 得到

$$\begin{cases} Z(S_j, M_j, g_1, g_2, \dots, g_9) \approx Z_{j0} + \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_1} \mu_1 + \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_2} \mu_2 + \dots + \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_9} \mu_9 \\ Z_{j0} = Z(S_j, M_j, g_1^{(0)}, g_2^{(0)}, \dots, g_9^{(0)}) \\ \left. \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_k} = \frac{\partial Z(S_j, M_j, g_1, g_2, \dots, g_9)}{\partial g_k} \right|_{g_k = g_k^{(0)}} \end{cases} \quad (8)$$

则式(7)可拆分为

$$Z(g_1, g_2, \dots, g_9) = \sum_{j=1}^n \left[Z(S_j, M_j) - (Z_{j0} + \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_1} \mu_1 + \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_2} \mu_2 + \dots + \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_9} \mu_9) \right]^2 + \gamma \sum_{k=1}^9 \mu_k^2 \quad (9)$$

式(9)中 $\gamma(\gamma \geq 0)$ 为阻抗因数, 令 γ 取较大值可以限制 μ_k , 改善了式(9)的收敛性能。为使 Z 达到最小, 对式(9)中 μ_k 求偏导并令其为 0。由于 $g_k^{(0)}$ 为定参实数, 对 μ_k 求偏导相当于对 g_k 取偏导数, 得到

$$\frac{\partial Z}{\partial g_k} = 2 \left[\mu_1 \sum_{j=1}^n \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_1} \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_k} + \dots + \mu_9 \sum_{j=1}^n \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_9} \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_k} - \sum_{j=1}^n \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_k} (Z - Z_{j0}) \right]^2 + 2\gamma \mu_k = 0 \quad (10)$$

令 $l=1, 2, \dots, 9$, 则

$$\begin{cases} \rho_{lk} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_l} \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_k} \\ \rho_{lZ} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial Z_{j0}}{\partial g_l} (Z - Z_{j0}) \end{cases} \quad (11)$$

将式(11)代入式(10)中, 可得

$$\begin{cases} \rho_{11} \mu_1 + \rho_{12} \mu_2 + \dots + \rho_{19} \mu_9 = \rho_{1Z} - \gamma \mu_1 \\ \rho_{21} \mu_1 + \rho_{22} \mu_2 + \dots + \rho_{29} \mu_9 = \rho_{2Z} - \gamma \mu_2 \\ \vdots \\ \rho_{91} \mu_1 + \rho_{92} \mu_2 + \dots + \rho_{99} \mu_9 = \rho_{9Z} - \gamma \mu_9 \end{cases} \quad (12)$$

Levenberg-Marquardt 算法提供了 1 个参数估计的协方差矩阵, 引入衰减因子, 能够更稳定地找到全局最优解, 不易陷入局部极小点, 该算法中的 Hessian 矩阵在不可逆时有效执行。利用 Python 代码, 使用 Curve_fit 函数进行曲面拟合并优化待标定参数。

利用 Levenberg-Marquardt 算法求解九元一次方程组中的 μ_k , 再通过 $g_k = \mu_k + g_k^{(0)}$ 获得 g_k 。当解出 μ_k 较大时, 可令 $g_k^{(0)} = g_k$ 重新计算 ρ_{kl} 和 ρ_{kZ} , 再代入式(12)中求解新的 μ_k 。 μ_k 的第 h 次迭代结果记为 $\mu_k^{(h)}$ 。预设收敛误差为 5%, 持续迭代 μ_k , 直至离散统计量满足迭代精度要求。迭代过程结束条件为

$$R(\mu_k^{(h)}) = \frac{\sqrt{\sum_k (\mu_k^{(h)} - \mu_k^{(h-1)})^2 / n}}{\sum_k \mu_k^{(h)} / n} < 5\% \quad (13)$$

式中: $R(\mu_k^{(h)})$ 为离散统计量; h 为算法迭代次数。

满足式(13)迭代条件的 g_k 即为标定后的最优解。

4 参数的标定与模型验证

绘制四川省域高速公路网 TransCAD 拓扑图, 提取 2021 年省域高速公路 TCD, 客货车辆样本共 7.55 亿辆次, 客货比为 5.16 : 1。按照图 1 流程和表 1 算式得到各 OD 的 S_j 和 M_j 分配到 57 个路段管理处, 相应的 Z_j 由 2021 年交通事故数与路段里程之比得到, 结果见图 6。

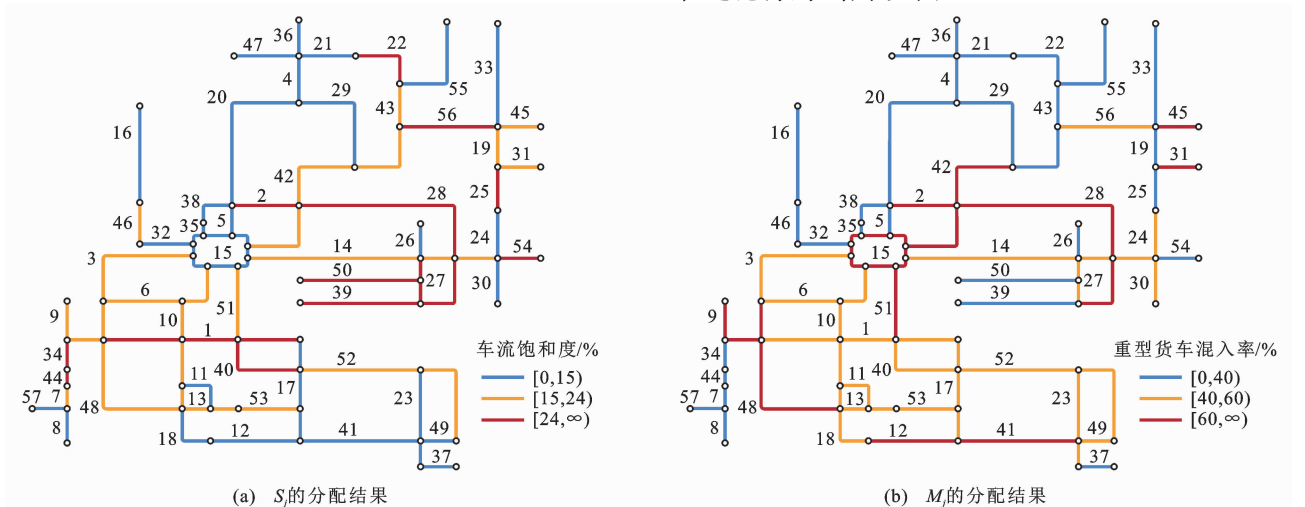


图 6 S_j 与 M_j 的交通分配结果

Fig. 6 Result of S_j and M_j by traffic assignment

由图 6 可见:57 个路段管理处的 S_j 和 M_j 差异性显著,分配结果具有良好的辨识度,表明通过 TCD 聚合为 OD 在 TransCAD 上分配以实现 S_j 和 M_j 的数据处理流程是可行的。

$$Z(S_j, M_j) = \frac{7.534}{1 - 0.946 \exp[0.01(-0.122S_j + 0.424S_j^2 - 0.319S_j^3)]} - 139.097 + 1.976M_j - 3.940M_j^2 + 1.971M_j^3 \quad (14)$$

令 Z_j 对 S_j 和 M_j 的偏导数分别为 0, 可得 Z_j 达到极小值时的 S_j, M_j 分别为 100%、0; Z_j 达到极大值时的 S_j, M_j 分别为 71%、33%, 进而 $Z_{\min}(100\%, 0) = 0.01 \text{ 次} \cdot (\text{d} \cdot 100 \text{ km})^{-1}$, $Z_{\max}(70\%, 33\%) = 1.03 \text{ 次} \cdot (\text{d} \cdot 100 \text{ km})^{-1}$ 。为评估模型迭代次数对迭代效率的影响, 导出 R 随 $h (h \leq 600)$ 变化的关系见图 7。由图 7 可见: R 随 h 增加而收敛, 在 $h \leq 300$ 次时收敛速度快, 当 $h = 500$ 次时 $R \approx 0$, 验证了模型的可行性, 也体现了模型快速收敛的特性^[31], 在大型高速公路网的安全风险监控平台上, 可提升监测效率。

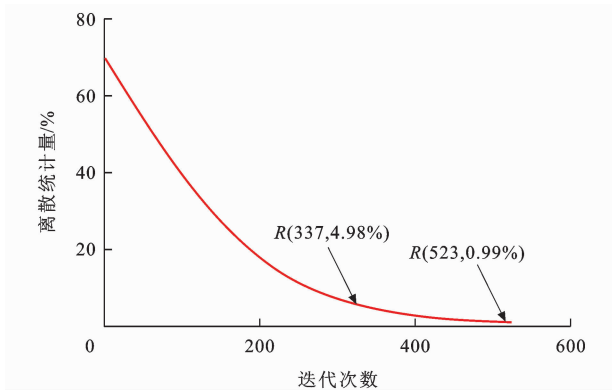


图 7 R 随 h 增长的收敛规律

Fig. 7 Convergence law of R increasing with h

对 2021 年 57 个路段管理处的 M_j, S_j 和 Z_j 整体数据分别采用四次多项式拟合、本文模型来模拟, 其三维曲面模拟结果见图 8。

由图 8 可见: 对于四次多项式拟合的曲面, 当 $M_j \in [0, 20\%]$ 时, S_j-Z_j 的投影曲线为单调减函数, S_j-Z_j 曲线缺少 Peal-Reed 模型的双峰; 当 $M_j \in [20\%, 80\%]$ 时, S_j-Z_j 的投影曲线为类抛物线, 缺少 $S_j \in [0, 20\%]$ 时的减函数过程; 四次多项式拟合的曲面呈现出 S_j 与 M_j 存在强耦合特征, 不符合 S_j 与 M_j 相互独立的事实; 经参数标定后的模型曲面对 S_j-Z_j 平面和 M_j-Z_j 平面的投影分别符合 Peal-Reed 模型和三次多项式的变化规律。

5 安全风险评估标准

评价标准是评估路段混合车流运行安全风险的

按照第 3.2 节的模型求解方法, 当 $h = 337$ 时, 模型初次达到 $R(\mu_k^{(337)}) = 4.98\% < 5\%$ 的精度要求, 耗时 1.33 s; 当 $h = 523$ 时, $R(\mu_k^{(523)}) = 0.99\% < 1\%$, 耗时 1.42 s, 将获得的 $g_k (k=1, 2, \dots, 9)$ 代入式(1)中得到

前提条件和现实依据^[32], 是系统平台可视化展示的基础。由于 $Z_{\min}(100\%, 0) = 0.01 \text{ 次} \cdot (\text{d} \cdot 100 \text{ km})^{-1}$, $Z_{\max}(71\%, 33\%) = 1.03 \text{ 次} \cdot (\text{d} \cdot 100 \text{ km})^{-1}$, 将 S_j, M_j 在 $[0, 100\%]$ 范围内分别以 0.01 为分隔单位, 代入式(14)中, 将 Z_j 分割形成 101×101 的矩阵, 按照 Z_j 在 $[0.01, 1.10]$ 内递增 10.20%, 对 Z_j 归一化处理, 统计分布见图 9。

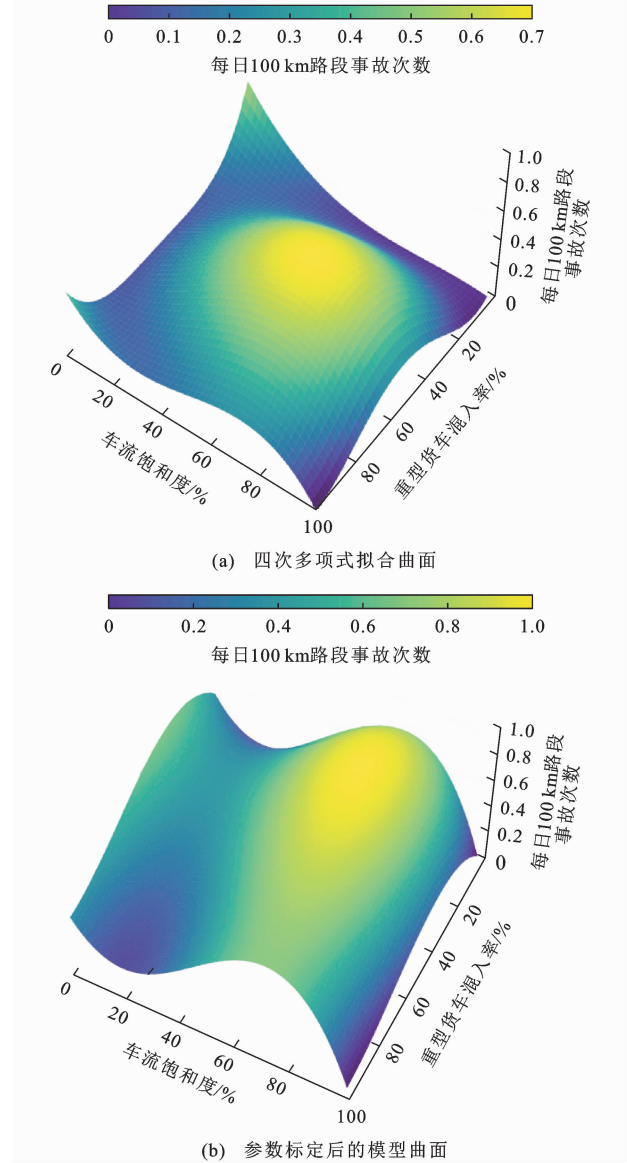


图 8 实际数据拟合的曲面和参数标定后的模型曲面

Fig. 8 Fitting surface by actual data and model surface after parameters calibrated

由图 9 可见:每组内分布不尽一致,第 1 组、8~10 组内的 Z_j 分布更为离散。在混行车流运行安全风险评估系统中,采用不同配色标记 j 路段的风险等级,建立 5 级 Z_j 安全风险评价标准,合并第 1~4、5~6、7~8 组,第 9、10 组分别独立设组。设 P_j 为 $Z_j \in [0.01, 1.03]$ 内的分位数,新形成的 5 级分组中, Z_j 分布比例由小到大分别为 25.00%、29.69%、

25.70%、10.39%和 9.22%, Z_j 对应的分组与配色方案见表 2。

引入 85%、15%分位数的分割思路^[33],为与 Z_j 相对应,将 S_j 、 M_j 也划分为 5 个等级,将 S_j 与 M_j 每个等级两端的阈值代入式(14)中计算 Z_j 的变化范围,形成 5×5 的 Z_j 安全风险分布表^[34-35],见表 3。

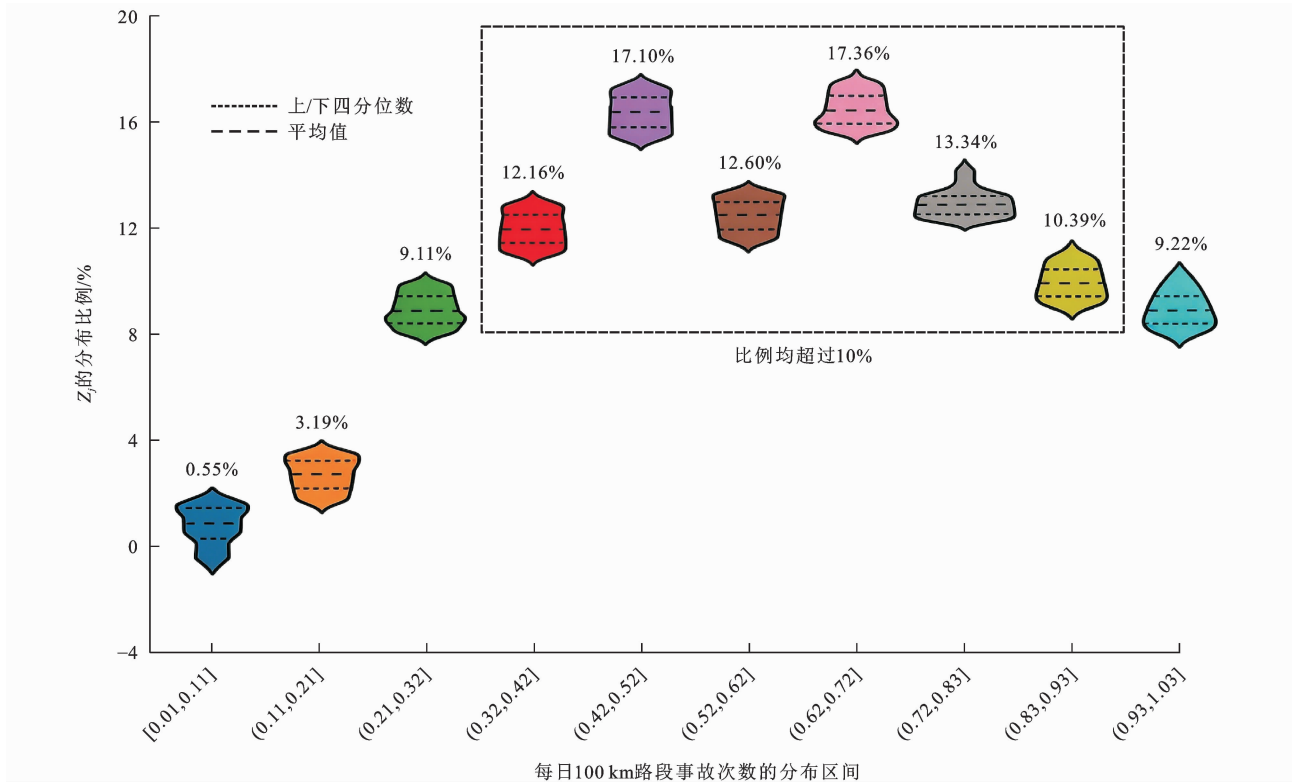


图 9 递增 10.20% 的 Z_j 分布

Fig. 9 Distribution of Z_j with an increase of 10.20%

表 2 安全评估风险标准的等级与配色方案

Table 2 Level and color scheme for estimation standard of driving safety risk

$P_j / \%$	$Z_j / [次 \cdot (d \cdot 100 km)^{-1}]$	颜色标记	路段示例
$P_j \leq 25.00$	$0.01 \leq Z_j \leq 0.26$	绿色 G	
$25.00 < P_j \leq 54.69$	$0.26 < Z_j \leq 0.57$	黄色 Y	
$54.69 < P_j \leq 80.39$	$0.57 < Z_j \leq 0.83$	橙色 O	
$80.39 < P_j \leq 90.78$	$0.83 < Z_j \leq 0.94$	鲜红 R	
$90.78 < P_j \leq 100.00$	$0.94 < Z_j \leq 1.03$	深红 C	

由表 3 可见:鉴于 Z_j 复杂的曲面分布, S_j 与 M_j 的多个区间涉及 Z_j 跨级的现象;当 $M_j \leq 60\%$ 或 $S_j \leq 60\%$ 时,每个区间内 Z_j 只覆盖 2 个等级; M_j 、 S_j 均在 40% 以内时, Z_j 呈现绿色 G、黄色 Y 和橙色 O,而随着 M_j 增大, j 路段颜色变化的复杂性开始显现,这与 Peal-Reed 模型曲线初期由强变弱、中后期由弱变强再变弱的规律一致;当 S_j 均超过 60% 时, Z_j 覆盖 3 个等级的区间明显增多,尤以 $M_j \in$

(15%, 60%] 且 $S_j \in [85\%, 100\%]$ 时颜色变化最为频繁;在非重大节假日期间,路段 S_j 达到 60% 以上的情况不多,而表 3 中出现的鲜红 R、深红 C 的区间数量也很少,与事实相符;5 种配色在 S_j 与 M_j 安全风险评估标准中均有覆盖,证明等级划分与配色方案合理。

本文提出了与实例省份相适配的路段安全风险模型。对于不同省域内的 S_j 、 M_j 和 Z_j 数据,虽可

表 3 S_j 与 M_j 分区间的 Z_j 安全风险分布
Table 3 Distribution for safety risk of Z_j by dividing S_j and M_j

S_j	M_j				
	[0,15%]	(15%,40%]	(40%,60%]	(60%,85%]	(85%,100%]
[0,15%]	[0.201,0.607] G→O	(0.405,0.687] Y→O	(0.374,0.676] Y→O	(0.225,0.579] G→Y→O	(0.188,0.432] G→Y
(15%,40%]	(0.195,0.602] G→O	(0.399,0.682] Y→O	(0.368,0.671] Y→O	(0.219,0.574] G→Y→O	(0.182,0.427] G→Y
(40%,60%]	(0.423,0.894] Y→O	(0.627,0.973] O→C	(0.596,0.963] O→C	(0.447,0.866] Y→O→R	(0.410,0.718] Y→O
(60%,85%]	(0.606,0.953] O→R→C	(0.810,1.030] O→R→C	(0.780,1.023] O→R→C	(0.630,0.925] O→R	(0.594,0.778] O
(85%,100%]	(0.028,0.778] G→Y→O	(0.232,0.857] G→Y→O→R	(0.202,0.847] G→Y→O→R	(0.053,0.750] G→Y→O	(0.016,0.602] G→Y→O

对式(4)和式(6)进行标定得到不同的式(14),但模型结构基本一致,只有 g_e 互不相同。

6 结 语

(1)利用车流饱和度、重型货车混入率 2 个参数算法,基于参数相关性检验及参数与事故率的拟合分析,提出混行车流运行安全风险评估模型,通过模型迭代以确定待标定参数,运用 2021 年四川省域高速公路 TCD 和 684 个路段事故数据,验证了模型的可行性并建立了安全风险评估标准。

(2)重型货车混入率对事故率的影响呈现三次多项式的特点,车流饱和度对事故率的影响呈现 Peal-Reed 模型的特点;通过 Levenberg-Marquardt 算法实现模型迭代和方程组求解,当重型货车混入率为 33%且车流饱和度为 71%时,路段事故率达到峰值;模型在第 523 迭代时达到离散统计量 1%以内的误差要求,耗时 1.42 s,表明模型具有精度高且轻量化的特点。

(3)将高速公路 TCD 聚合为 OD,再分配到 TransCAD 上实现重型货车混入率和车流饱和度的处理流程是可行的;采用 85%、15%分位数的分割思路,将事故率划分为 5 个等级且搭配 5 种配色的方案满足安全风险评估标准清晰化、简洁化的要求。

(4)模型适用于评估各路段内车辆之间相互行车干扰而发生交通事故的风险,而对于因道路条件不佳、驾驶行为不当等情形引发的单车事故风险评估并不适用;本文未详尽阐述重型货车混入率与客货速度差之间的关系;在下一步研究中,将重点探索重型货车混入率引发客货速度差的关系。

参 考 文 献 :

References :

[1] 公安部交通管理局. 中华人民共和国道路交通事故统计年报 (2019 年度)[R]. 北京:公安部交通管理科学研究所,2020. Traffic Administration Bureau of the Ministry of Public Security of the People's Republic of China. Statistical annual report of road traffic accidents of the People's Republic of China (2019) [R]. Beijing: Traffic Management Research Institute of the Ministry of Public Security, 2020.

[2] JIANG C M, YIN S C, YAO Z H, et al. Safety evaluation of mixed traffic flow with truck platoons equipped with (cooperative) adaptive cruise control, stochastic human-driven cars and trucks on port freeways[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2024, 643: 129802.

[3] 闫晟煜,王钊龙,武 瑾,等. 省域高速公路网车辆碳排放量测算方法[J]. 中国环境科学,2024,44(12):7095-7104. YAN Sheng-yu, WANG Zhao-long, WU Jin, et al. Estimation model of vehicle carbon emission for provincial expressway networks [J]. China Environmental Science, 2024, 44(12): 7095-7104.

[4] 孙 剑,孙 杰. 城市快速路实时交通流运行安全主动风险评估[J]. 同济大学学报(自然科学版),2014,42(6):873-879. SUN Jian, SUN Jie. Proactive assessment of real-time traffic flow accident risk on urban expressway[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2014, 42(6): 873-879.

[5] 田万里,吴忠广,李 娟,等. 基于动态风险饱和度的高速公路交通安全分析[J]. 交通信息与安全,2021,39(5):12-18,42. TIAN Wan-li, WU Zhong-guang, LI Juan, et al. An analysis of highway-traffic safety based on dynamic risk saturation[J]. Journal of Transport Information and Safety, 2021, 39(5): 12-18, 42.

[6] 游锦明,方守恩,张兰芳,等. 高速公路实时事故风险研判模型及可移植性[J]. 同济大学学报(自然科学版),2019,47(3): 347-352.

- YOU Jin-ming, FANG Shou-en, ZHANG Lan-fang, et al. Real-time crash risk prediction models and transferability analysis on freeways [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2019, 47(3): 347-352.
- [7] WAGNER P, HOFFMANN R, LEICH A. Observations on the relationship between crash frequency and traffic flow[J]. *Safety*, 2021, 7(1): 3.
- [8] SHEW C, PANDE A, NUWORSOO C. Transferability and robustness of real-time freeway crash risk assessment[J]. *Journal of Safety Research*, 2013, 46: 83-90.
- [9] BEHBAHANI H, AMIRI A M, IMANINASAB R, et al. Forecasting accident frequency of an urban road network: A comparison of four artificial neural network techniques[J]. *Journal of Forecasting*, 2018, 37(7): 767-780.
- [10] PARSA A B, MOVAHEDI A, TAGHIPOUR H, et al. Toward safer highways, application of XGBoost and SHAP for real-time accident detection and feature analysis [J]. *Accident Analysis and Prevention*, 2020, 136: 105405.
- [11] 付存勇, 王俊骅. 基于监控数据的高速公路实时事故风险模型[J]. *交通信息与安全*, 2017, 35(5): 11-17, 36.
FU Cun-yong, WANG Jun-hua. A real-time accident risk model on freeways based on monitoring data[J]. *Journal of Transport Information and Safety*, 2017, 35(5): 11-17, 36.
- [12] LIN L, WANG Q, SADEK A W. A novel variable selection method based on frequent pattern tree for real-time traffic accident risk prediction[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2015, 55(2): 444-459.
- [13] 徐铖铖, 刘攀, 王炜, 等. 基于判别分析的高速公路交通安全实时评价指标[J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2012, 42(3): 555-559.
XU Cheng-cheng, LIU Pan, WANG Wei, et al. Discriminant analysis based method to develop real-time crash indicator for evaluating freeway safety [J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2012, 42(3): 555-559.
- [14] 吉小进, 方守恩, 黄进. 高速公路基本路段 V/C 比与事故率的关系[J]. *公路交通科技*, 2003, 20(1): 122-124.
JI Xiao-jin, FANG Shou-en, HUANG Jin. Relationship between V/C and accident rates at basic expressway section[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2003, 20(1): 122-124.
- [15] 孟祥海, 李昕, 郑来. 基于事故数据与安全服务水平的高速公路路段安全性评价方法[J]. *交通运输工程学报*, 2014, 14(6): 83-91.
MENG Xiang-hai, LI Xin, ZHENG Lai. Safety evaluation method of freeway segment based on accident data and safety service level [J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2014, 14(6): 83-91.
- [16] YANG D, QIU X P, YU D, et al. A cellular automata model for car-truck heterogeneous traffic flow considering the car-truck following combination effect[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2015, 424: 62-72.
- [17] KONG D W, SUN L S, LI J, et al. Modeling cars and trucks in the heterogeneous traffic based on car-truck combination effect using cellular automata [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2021, 562: 125329.
- [18] MEHRARA MOLAN A, REZAPOUR M, KSAIBATI K. Investigating the relationship between crash severity, traffic barrier type, and vehicle type in crashes involving traffic barrier[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition)*, 2020, 7(1): 125-136.
- [19] 张兰芳, 赵焜. 考虑货车因素的高速公路短期交通流风险预测[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2018, 46(2): 208-214.
ZHANG Lan-fang, ZHAO Kun. Short-term traffic flow risk prediction on freeways based on truck factors[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2018, 46(2): 208-214.
- [20] SINHA A, CHAND S, WIJAYARATNA K P, et al. Comprehensive safety assessment in mixed fleets with connected and automated vehicles: A crash severity and rate evaluation of conventional vehicles[J]. *Accident Analysis and Prevention*, 2020, 142: 105567.
- [21] SORIGUERA F, ROBUSTÉ F. Estimation of traffic stream space mean speed from time aggregations of double loop detector data[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2011, 19(1): 115-129.
- [22] 谢恩怡. 混合交通环境下车速离散时空演化机理研究[D]. 南京: 东南大学, 2015.
XIE En-yi. Temporal-spatial evolution of speed dispersion under mixed traffic [D]. Nanjing: Southeast University, 2015.
- [23] 郭延永, 刘佩, 袁泉, 等. 网联自动驾驶车辆道路交通安全研究综述[J]. *交通运输工程学报*, 2023, 23(5): 19-38.
GUO Yan-yong, LIU Pei, YUAN Quan, et al. Review on research of road traffic safety of connected and automated vehicles[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2023, 23(5): 19-38.
- [24] SOHAIL A, CHEEMA M A, ALI M E, et al. Data-driven approaches for road safety: A comprehensive systematic literature review[J]. *Safety Science*, 2023, 158: 105949.
- [25] 闫晟煜, 赵佳琪, 尤文博, 等. 高速公路货车差异化通行费折扣的双层规划模型[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2025, 65(7): 1347-1358.
YAN Sheng-yu, ZHAO Jia-qi, YOU Wen-bo, et al. Bi-level programming model for differentiated toll discounts for expressway trucks [J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2025, 65(7): 1347-1358.
- [26] JT/T 489—2019, 收费公路车辆通行费车型分类[S].
JT/T 489—2019, Vehicle classification of the toll for highway[S].
- [27] SHAHZAD U, AHMAD I, GARCÍA-LUENGO A V, et al. Estimation of coefficient of variation using calibrated estimators in double stratified random sampling [J]. *Mathematics*, 2023, 11(1): 1-17.
- [28] 钟连德, 孙小端. 高速公路安全与交通流特征参数关系[J]. 北

- 京工业大学学报,2013,39(2):251-256.
- ZHONG Lian-de, SUN Xiao-duan. Relationship between traffic flow and safety on freeway[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2013, 39(2): 251-256.
- [29] 梁国华,程国柱,王春艳,等. 高速公路大型车混入率与交通流稳定性关系[J]. 长安大学学报(自然科学版),2014,34(4): 120-126.
- LIANG Guo-hua, CHENG Guo-zhu, WANG Chun-yan, et al. Relationship between mixing rate of freeway large vehicles and traffic flow stability[J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2014, 34(4): 120-126.
- [30] 金开正,何利良,刘茂泉. Peal-Reed 模型在捕食性昆虫功能反应研究中的应用[J]. 安徽农业科学,2005,33(3):393-395.
- JIN Kai-zheng, HE Li-liang, LIU Mao-quan. Application of the peal-reed model in the study on the response of predator to prey[J]. Journal of Anhui Agricultural Sciences, 2005, 33(3): 393-395.
- [31] WEI Y X, HUANG P Z. Convergence of several iterations for double-diffusive natural convection model[J]. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2023, 46(16): 16899-16936.
- [32] HAUER E. Engineering judgment and road safety[J]. Accident Analysis & Prevention, 2019, 129: 180-189.
- [33] ASWIN I C, SANKARAN P G, SUNOJ S M. Reliability aspects of quantile-based residual coefficient of variation[J]. International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering, 2023, 30(2): 2250021.
- [34] 裴华鑫,杨敬轩,胡坚明,等. 大规模路网中分布式车辆群体协同决策方法[J]. 交通运输工程学报,2022,22(3):174-183.
- PEI Hua-xin, YANG Jing-xuan, HU Jian-ming, et al. Distributed cooperative decision-making method for vehicle swarms in large-scale road networks[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2022, 22(3): 174-183.
- [35] HE Yi-xu, LIN Hong-yi, YANG Lan, et al. Generative models for the evolution of transportation systems [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition), 2025, 12(6): 1784-1803.